Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής τ.ε.
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Δυτικής Ελλάδας

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα ΙΙ

Διάλεξη 11: Ψηφιακές επικοινωνίες σε κανάλια με διασυμβολική παρεμβολή

Δρ. Μιχάλης Παρασκευάς
Επίκουρος Καθηγητής

Ατζέντα

- Διασυμβολική παρεμβολή
- Αντιμετώπιση διασυμβολικής παρεμβολής με φίλτρα Nyquist
- Φίλτρα υψωμένου συνημιτόνου
- Διαγράμματα οφθαλμού
- Προσαρμοσμένα φίλτρα
- Ισοσταθμιστές (γραμμικοί, μη-γραμμικοί)
- Ανίχνευση ακολουθίας μέγιστης πιθανοφάνειας
- Αλγόριθμος Viterbi

Σκοπός

- Σκοπός της παρούσας διάλεξης είναι:
  - Ο ορισμός της έννοιας της Διασυμβολικής Παρεμβολής στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα
  - Η παρουσίαση των κυριότερων μεθόδων αντιμετώπισης της Διασυμβολικής Παρεμβολής

Εισαγωγή

- Κατά την παρουσίαση των τεχνικών ψηφιακής διαμόρφωσης έγινε η παραδοχή ότι το κανάλι επικοινωνίας είναι AWGN
  - επιτρέπεται η διέλευση χωρίς περιορισμό και παραμόρφωση του συνόλου του φάσματος συχνοτήτων
- Η υπόθεση αυτή δεν ισχύει σε πραγματικά συστήματα όπου το κανάλι είναι περιορισμένου εύρους ζώνης (band-limited)
  - απονομή φάσματος στους διάφορους χρήστες και υπηρεσίες
  - το ίδιο το μέσο επικοινωνίας δεν επιτρέπει τη διέλευση όλων των συχνοτήτων
  - το μέσο “*συμπεριφέρεται*” διαφορετικά σε διαφορετικές συχνότητες.
- **Το αποτέλεσμα είναι η παραμόρφωση του πλάτους ή/και της φάσης του λαμβανόμενου σήματος στο δέκτη. Τα κανάλια με τα χαρακτηριστικά αυτά ονομάζονται κανάλια με διασπορά (dispersive channels) και συναντώνται στην πλειοψηφία των ψηφιακών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.**

Κανάλια με διασπορά - Διασυμβολική Παρεμβολή

- Σε ένα κανάλι με διασπορά το λαμβανόμενο σήμα δίνεται από τη σχέση:

$$r(t) = s(t) * h(t) + n(t)$$

αρχικό σήμα

κρουστική απόκριση

θόρυβος

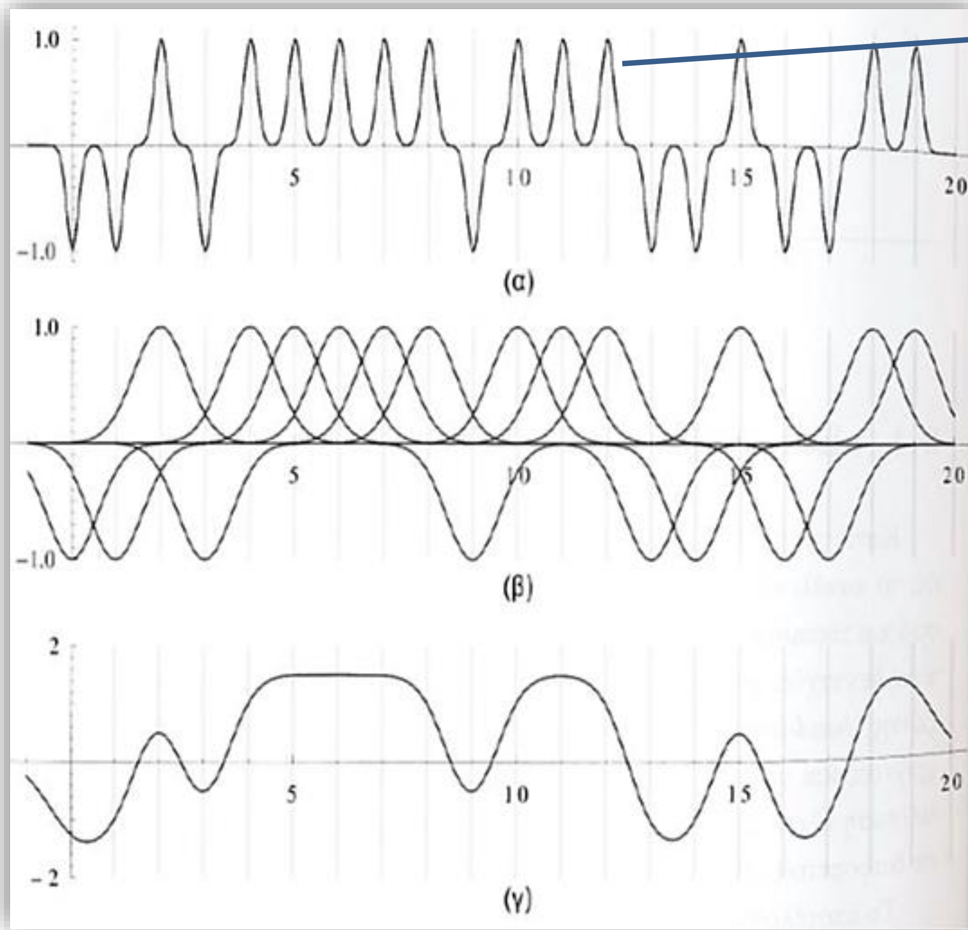
- Το απλούστερο κανάλι με διασπορά είναι το ζωνοπερατό για το οποίο η *h(t)* είναι η κρουστική απόκριση ενός χαμηλοπερατού φίλτρου.
  – Το φίλτρο αυτό παραμορφώνει το εκπεμπόμενο σήμα και το αναγκάζει να απλωθεί χρονικά πέρα από την περίοδο συμβόλου και σε γειτονικά σύμβολα
- Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται Διασυμβολική Παρεμβολή (Intersymbol Interference - ISI) και έχει σαν αποτέλεσμα τη σημαντική υποβάθμιση της ποιότητας επικοινωνίας

Κανάλια με διασπορά - Διασυμβολική Παρεμβολή

Ακολουθία συμβόλων BPAM
Χωρίς ISI

Ακολουθία συμβόλων BPAM
Δημιουργία ISI

Ακολουθία συμβόλων BPAM
Υπέρθεση Συμβόλων του προηγούμενου τμήματος



Ο παλμός προέκυψε από φίλτρο με κρουστική απόκριση Gaussian μορφής

$$g(t) = e^{-\frac{t^2 \log 2}{2B^2}}$$

Ανάλυση της διασυμβολικής παρεμβολής

- Θεωρούμε την περίπτωση του M-PAM βασικής ζώνης.
- Η n-στή κυματομορφή σε μία εκπεμπόμενη ακολουθία συμβόλων θα είναι $a_n\, g_T(t-nT)$, όπου είναι a_n η τιμή του συμβόλου και g_T ο βασικός παλμός διάρκειας T.

Εκπεμπόμενο σήμα

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t-nT)$$

Λαμβανόμενο σήμα

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n v(t-nT) + n(t)$$

$$v(t) = g_T(t) * h(t)$$

Αποδιαμόρφωση με προσαρμοσμένο φίλτρο κρουστικής απόκρισης $g_R(t)$

$$x(t) = v(t) * g_R(t)$$

Έξοδος

$$z(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t-nT) + n(t)$$

Δειγματοληψία
t=mT

$$z_m = a_m x_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m-n} x_n + n_m$$

Ανάλυση της διασυμβολικής παρεμβολής

- Η διασυμβολική παρεμβολή περιγράφεται από τη σχέση:

$$z_m = a_m x_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m-n} x_n + n_m$$

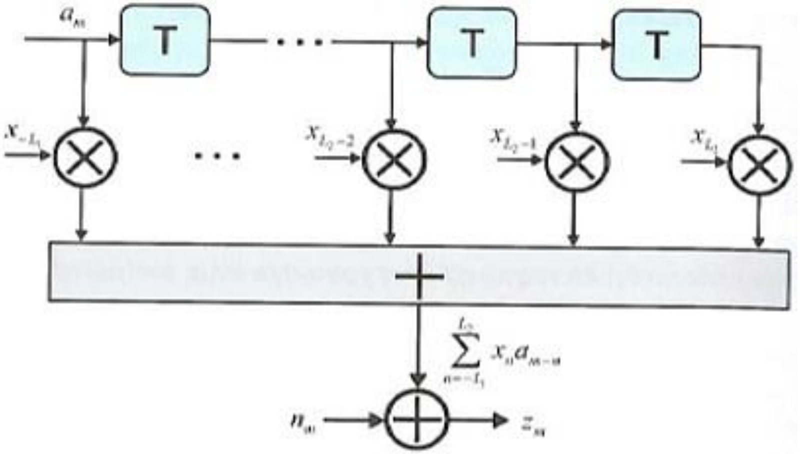
- Ο πρώτος όρος $a_m x_0$ σχετίζεται με το επιθυμητό σύμβολο.
- Ο όρος $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m-n} x_n$ αποτελείται από άθροισμα ανεπιθύμητων "ουρών" από τις κυματομορφές των άλλων συμβόλων, οι οποίες προσθαφαιρούνται από τον $a_m x_0$ με αποτέλεσμα τη φθορά του και τη δημιουργία **σφαλμάτων** κατά την ανίχνευση. Αυτοί οι ανεπιθύμητοι όροι είναι η προκαλούμενη **διασυμβολική παρεμβολή (ISI)**.
- Η ISI που εισάγεται με τον όρο $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m-n} x_n$ φαίνεται να επηρεάζει άπειρο αριθμό συμβόλων. Πρακτικά όμως η κρουστική απόκριση του καναλιού περιορίζεται σε ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα, οπότε ο αριθμός των συμβόλων που επηρεάζει η ISI είναι επίσης πεπερασμένος.
- Θεωρώντας ότι $x_n = 0$, όταν $n < -L_1$ και η $>$ L, $n > L_2$, όπου L_1 και L_2 είναι θετικοί ακέραιοι αριθμοί ή μηδέν, η προηγούμενη σχέση προσεγγίζεται ως:

$$z_m \cong \sum_{n=-\mathrm{L}_1}^{L_2} a_{m-n} x_n + n_m$$

Ανάλυση διασυμβολικής παρεμβολής

$$z_m \cong \sum_{n=-L_1}^{L_2} a_{m-n} x_n + n_m$$

- Ο πρώτος όρος στο δεύτερο μέρος της παραπάνω σχέσης μπορεί να θεωρηθεί σαν η έξοδος ενός φίλτρου διακριτού χρόνου πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR), στο οποίο είσοδος είναι η ακολουθία συμβόλων a_{m-n}.
- Το εν λόγω φίλτρο αποτελείται από $L_1 + L_2$ καθυστερητες και $L_1 + L_2 + 1$ πολλαπλασιαστές (taps) των συμβόλων με τους συντελεστές απόκρισης του καναλιού x_n.
- Επειδή η είσοδος του φίλτρου FIR είναι στη γενική περίπτωση μία M-αδική ακολουθία συμβόλων, η έξοδος του φίλτρου μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η έξοδος μίας μηχανής πεπερασμένων καταστάσεων (finite state machine) η οποία διαβρώνεται από AWGN.
- Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η ISI εισάγει μνήμη μήκους $L_1 + L_2$ στο σύστημα ανίχνευσης των συμβόλων. Δηλαδή η απόφαση του ανιχνευτή για ένα σύμβολο επηρεάζεται και από τις τιμές $L_1 + L_2$ άλλων συμβόλων.



Αντιμετώπιση Διασυμβολικής Παρεμβολής

- Η διασυμβολική παρεμβολή αντιμετωπίζεται κυρίως με δύο τρόπους:

Παλμοί Nyquist

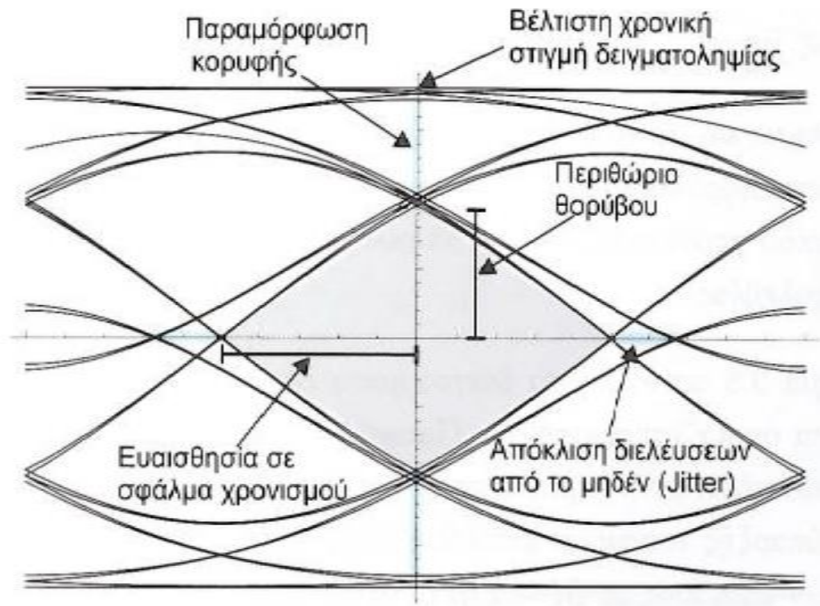
- Με τη σχεδίαση κατάλληλων παλμών βασικής ζώνης ώστε να ελαχιστοποιείται η αρνητική επίδραση της δημιουργούμενης ISI κατά τη στιγμή της δειγματοληψίας της κυματομορφής-σύμβολο

Ισοστάθμιση (Equalization)

- Με το κατάλληλο φιλτράρισμα του λαμβανόμενου σήματος ώστε να αντιμετωπιστεί η ISI που εισάγεται και οφείλεται στα χαρακτηριστικά διασποράς του καναλιού

Αξιολόγηση επίδρασης ISI - Διάγραμμα Οφθαλμού

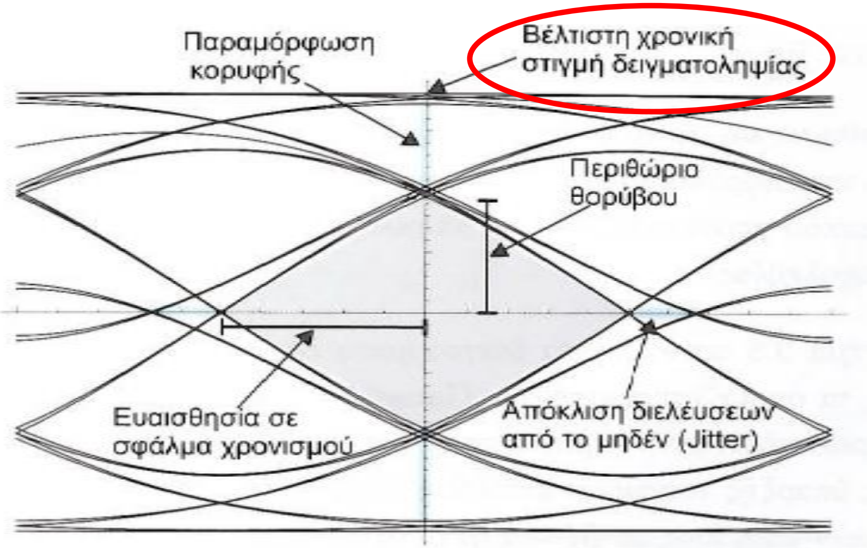
- Το **διάγραμμα οφθαλμού** (eye diagram) είναι μία ιδιαίτερα χρήσιμη και διαδεδομένη μέθοδος για την αξιολόγηση της επίδοσης ενός ψηφιακού τηλεπικοινωνιακού συστήματος και ιδιαίτερα της επίδρασης της ISI.
- Το διάγραμμα οφθαλμού προκύπτει από την τοποθέτηση στην ίδια οθόνη του παλμογράφου του συνόλου των παλμών βασικής ζώνης που λαμβάνονται στο δέκτη.
- Υλοποιείται ως εξής: Στην είσοδο του παλμογράφου εφαρμόζεται η απόκριση του δέκτη σε μία τυχαία ακολουθία παλμών-συμβόλων που εκπέμπει ο πομπός, ενώ η περίοδος σάρωσης τοποθετείται ίση με την περίοδο του συμβόλου T.



Αξιολόγηση επίδρασης ISI - Διάγραμμα Οφθαλμού

Ένα διάγραμμα οφθαλμού περιέχει τις παρακάτω παραμέτρους, οι οποίες σχετίζονται με ποιοτικά χαρακτηριστικά του τηλεπικοινωνιακού συστήματος:

- **Βέλτιστη χρονική στιγμή δειγματοληψίας**
- **Παραμόρφωση κορυφής**: Αναφέρεται στο κατακόρυφο κλείσιμο του οφθαλμού και προκύπτει από τις διαφορετικές τιμές των παλμών στη βέλτιστη χρονική στιγμή δειγματοληψίας εξαιτίας της **ISI.** Σε σύστημα χωρίς **ISI,** είναι ίση με μηδέν.
- **Περιθώριο Θορύβου:** Είναι η μέγιστη τιμή του θορύβου για την οποία δεν προκαλείται σφάλμα κατά την ανίχνευση του συμβόλου στο δέκτη. Συνδέεται με την παραμόρφωση κορυφής και αναφέρεται στο περιθώριο έναντι του προσθετικού θορύβου.
- **Χρονική απόκλιση** διελεύσεων από το μηδενικό πλάτος του παλμού (jitter). Αναφέρεται στο οριζόντιο κλείσιμο του οφθαλμού εξαιτίας της μη-ταυτόχρονης διέλευσης των παλμών από τον οριζόντιο άξονα.
- **Ευαισθησία σε σφάλμα χρονισμού**: Σχετίζεται με την προηγούμενη παράμετρο και εκφράζει το περιθώριο ανοχής του συστήματος σε σφάλματα εξαιτίας κακού χρονισμού, δηλαδή απόκλισης από τη βέλτιστη χρονική στιγμή δειγματοληψίας.



Παλμοί Nyquist

- Ο όρος που αντιπροσωπεύει την ISI μπορεί να μηδενιστεί αν ισχύουν οι συνθήκες:
  - $x_{m-n} = x(mT - nT) = 0, n \neq m$
  - $x_0 = x(0) \neq 0$

$$z_m = a_m x_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m-n} x_n + n_m$$

- Οι παραπάνω συνθήκες μπορούν να εκφραστούν ως εξής:
  - Η διασυμβολική παρεμβολή μπορεί να μηδενιστεί αν το $x(t)$ είναι ένας παλμός με χρονική διάρκεια μικρότερη από Τα
  - Όμως παλμοί οι οποίοι είναι περιορισμένοι χρονικά απαιτούν για την εκπομπή τους μεγάλο εύρος ζώνης, οπότε δεν είναι κατάλληλοι για ζωνοπερατά κανάλια τα οποία συναντώνται σε όλα σχεδόν τα τηλεπικοινωνιακά συστήματα

Παλμοί Nyquist

Η ISI μπορεί να είναι μηδενική τη χρονική στιγμή δειγματοληψίας του συμβόλου και επομένως να μην έχει καμία επίδραση στην ανίχνευση αυτού, ακόμα και αν ο παλμός x(t) δεν έχει πεπερασμένη χρονική διάρκεια.

Αυτό μπορεί να συμβεί αν ισχύει:

$$\mathrm{x(t)} = \begin{cases} c, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$$

$$z_m = a_m x_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m-n} x_n + n_m$$

όπου c είναι μία σταθερά η οποία, χωρίς να χάνεται η γενικότητα, μπορεί να θεωρηθεί ίση με 1.

Η παραπάνω σχέση εκφράζει τη **συνθήκη του Nyquist** η οποία διατυπώνεται ως εξής:

- Η ISI μπορεί να μηδενιστεί αν επιλεγεί ένας παλμός x(t), ο οποίος είναι μη-μηδενικός τη χρονική στιγμή δειγματοληψίας του επιθυμητού συμβόλου και μηδενικός τις στιγμές δειγματοληψίας των υπολοίπων συμβόλων.
- Υπάρχουν διάφορες οικογένειες παλμών οι οποίες ικανοποιούν τη συνθήκη Nyquist και χρησιμοποιούνται στην πράξη.

Παλμός Ανυψωμένου Συνημιτόν

$$B = \frac{1}{2T}$$

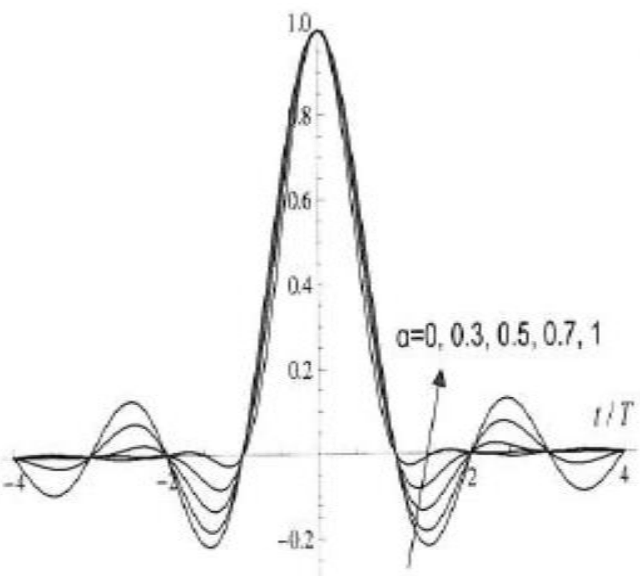
a είναι μία παράμετρος η οποία ονομάζεται συντελεστής επέκτασης

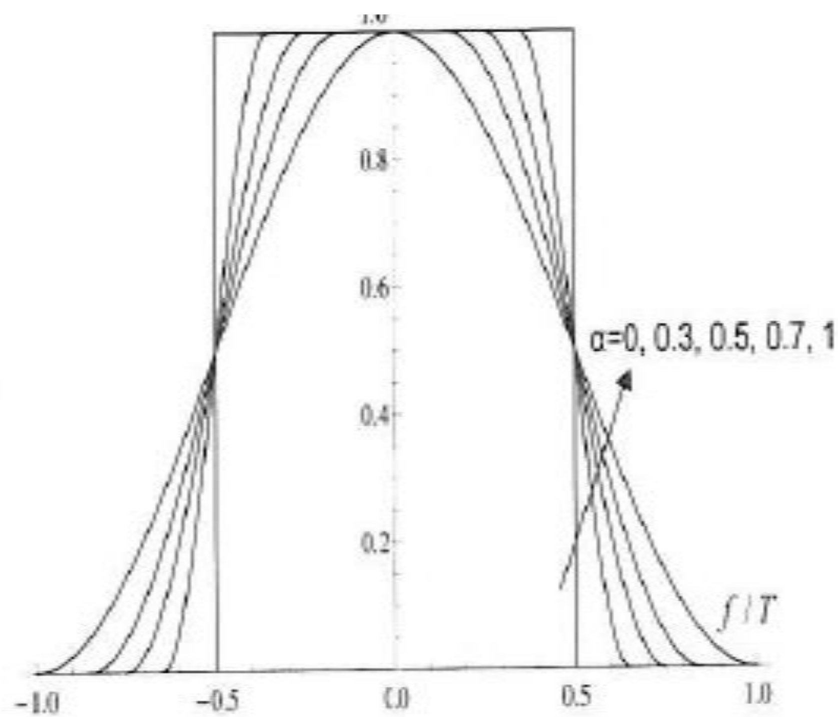
Πεδίο του Χρόνου

$$x_{RC}(t) = \frac{sin\left(\frac{1}{T}\right) cos\left(\frac{\pi a t}{T}\right)}{1 - \frac{4a^2t^2}{T^2}}$$

Πεδίο της Συχνότητας

$$X_{RC}(f) = \begin{cases} T, & 0 \leq |f| \leq B(1-a) \\ \frac{T}{2}\left\{1 + cos\left[\frac{\pi}{2Ba}\right]\left(|f| - B(1-a)\right)\right\}, & B(1-a) \leq |f| \leq B(1+a) \\ 0, & (1+a) < |f| \end{cases}$$





Παλμοί Nyquist: Beaulieu ή Better-tha

$B = \frac{1}{2T}$

a είναι μία παράμετρος η οποία ονομάζεται συντελεστής επέκτασης

Πεδίο του Χρόνου

$$x_{RC}(t) = \frac{sin\left(\frac{1}{T}\right) cos\left(\frac{\pi a t}{T}\right)}{1 - \frac{4a^2t^2}{T^2}}$$

Πεδίο της Συχνό

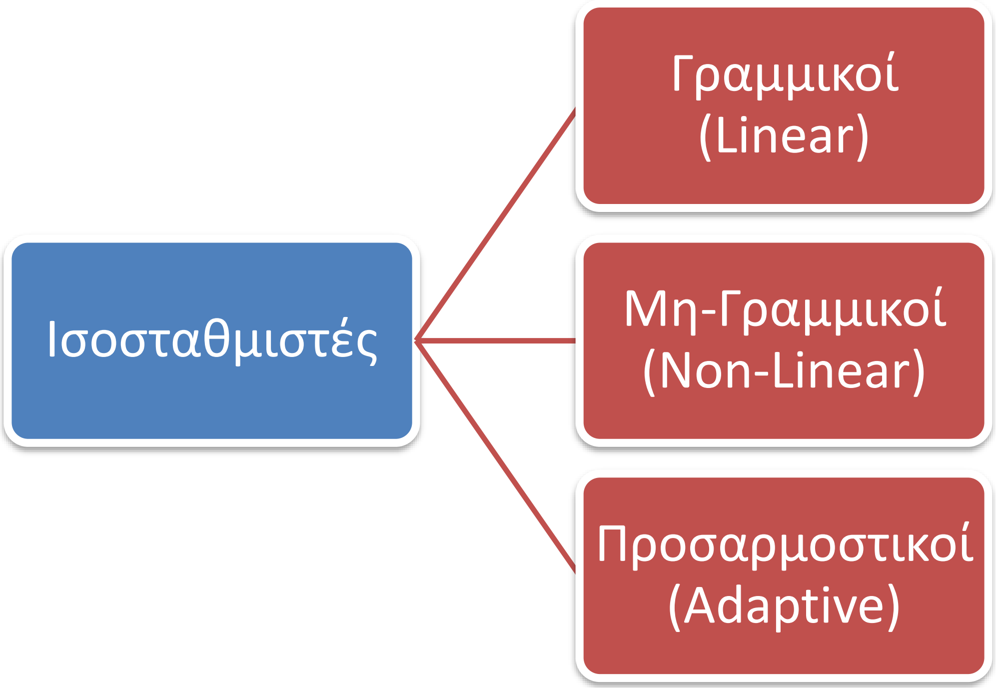
$$X_{RC}(f) = \begin{cases} T, & 0 \le |f| \le B(1-a) \\ \frac{T}{2}\left\{1 + cos\left[\frac{\pi}{2Ba}\right]\left(|f| - B(1-a)\right)\right\}, & B(1-a) \le |f| \le B(1+a) \\ 0, & (1+a) < |f| \end{cases}$$

- Οι παλμοί Beaulieu, αν και έχουν μεγαλύτερο ρυθμό απόσβεσης στο χρόνο από τους αντίστοιχους του ανυψωμένου συνημίτονου (της τάξης t^{-2}), παρουσιάζουν καλύτερη επίδοση σφάλματος επειδή έχουν μικρότερο πλάτος στους δύο πρώτους πλευρικούς λοβούς.

Οι παλμοί ανυψωμένου συνημίτονου και Beaulieu είναι οι μοναδικοί έως σήμερα γνωστοί παλμοί που ικανοποιούν τη συνθήκη του Nyquist και έχουν αναλυτική έκφραση στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας.

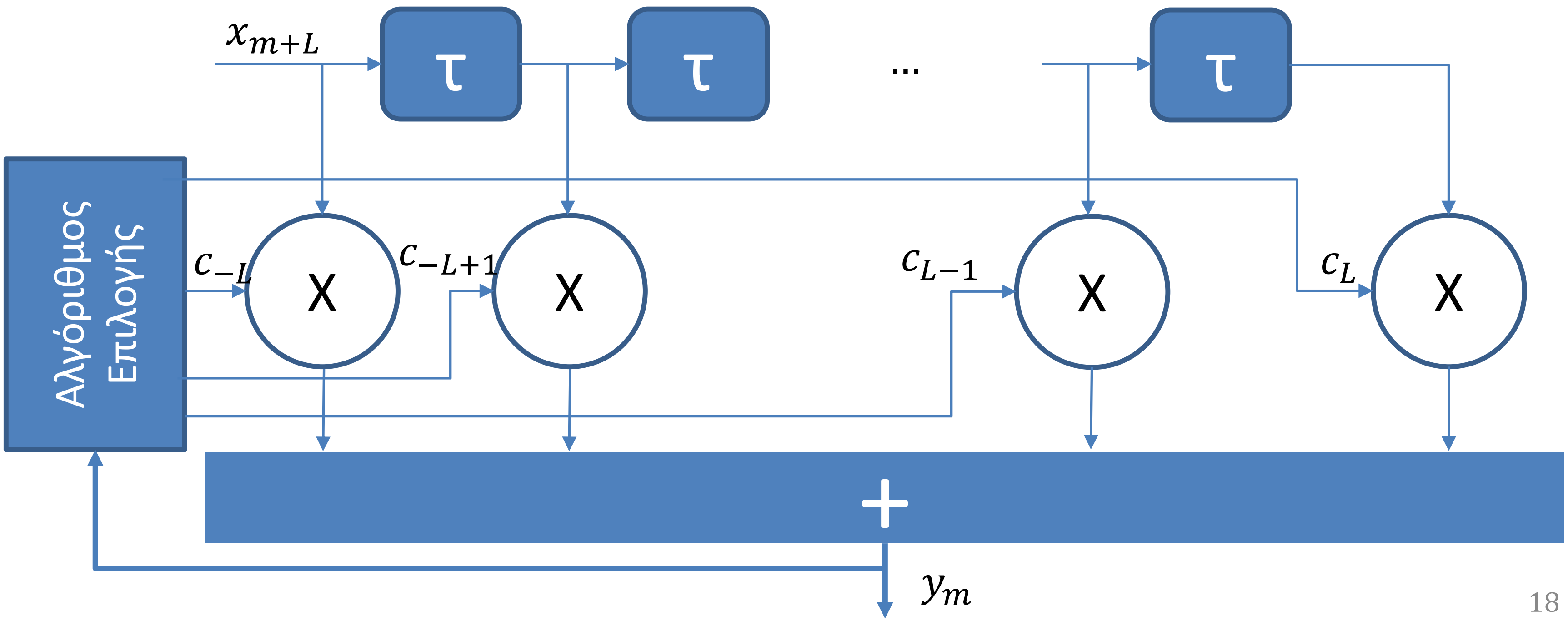
Ισοσταθμιστές (Equalizers)

- Με την Ισοστάθμιση (Equalization) μπορεί να αντιμετωπιστεί η ISI που εισάγεται εξαιτίας της διασποράς του καναλιού. Το τμήμα του δέκτη που χρησιμοποιείται για την ισοστάθμιση ονομάζεται **Ισοσταθμιστής** (Equalizer).



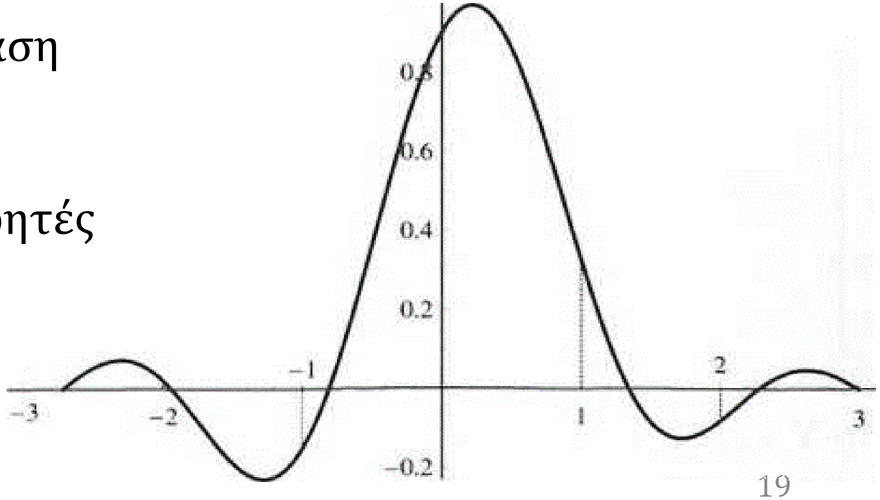
Γραμμικοί Ισοσταθμιστές

- Οι γραμμικοί ισοσταθμιστές είναι η πιο απλή μορφή και η ευκολότερη για να κατανοήσει κάποιος την έννοια του ισοσταθμιστή:
  - υπολείπονται σε επιδόσεις άλλων ισοσταθμιστών.
  - βασίζονται στην τοποθέτηση αμέσως μετά την έξοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου ενός **εγκάρσιου** (*transversal*) FIR φίλτρο.



Γραμμικοί Ισοσταθμιστές

- Το εγκάρσιο φίλτρο έχει τα εξής χαρακτηριστικά:
  - Είσοδος στο φίλτρο είναι οι συντελεστές του ισοδύναμου FIR φίλτρου του καναλιού, οι οποίοι γενικά υπολογίζονται ως εξής: Ο πομπός εκπέμπει μία πιλοτική ακολουθία παλμών με πολύ μικρή διάρκεια, η οποία λαμβάνεται στο δέκτη με σκοπό τη μέτρηση της απόκρισης του συστήματος.
  - Ένα απλοποιημένο παράδειγμα της διαδικασίας αυτής είναι η εκπομπή ενός πιλοτικού παλμού ανυψωμένου συνημίτονου, ο οποίος λαμβάνεται με παραμόρφωση. Οι συντελεστές του καναλιού είναι οι τιμές που λαμβάνει ο παλμός στις αντίστοιχες χρονικές στιγμές δειγματοληψίας: x(-2) = 0.08, x(-1) = -0.18, x(0) = 0.9, x(1) = 0.3, x(2) = -0.09, κ.λπ.
- Επειδή σε πραγματικά κανάλια η επίδραση της ISI αφορά πεπερασμένο αριθμό L συμβόλων, το φίλτρο αποτελείται στη γενική του περίπτωση από 2L καθυστερητές και 2L + 1 taps, ενώ η επιλογή των συντελεστών c_n πραγματοποιείται από αλγόριθμο που χαρακτηρίζει τον ισοσταθμιστή.



Γραμμικοί Ισοσταθμιστές

- Η καθυστέρηση είναι ίση με τ.

τ=T

διαστημοθετημένος κατά σύμβολα (symbol-spaced)

τ<T

κλασματικά διαστημοθετημένος (fractionally spaced)

σε πρακτικά τηλεπικοινωνιακά συστήματα ισχύει

$$\tau = \frac{T}{2}$$

οπότε η έξοδος του προσαρμοσμένου φίλτρου δειγματο-ληπτείται με ρυθμό $\frac{2}{\mathrm{T}}$

Σήμα Εξόδου

$$y_m = \sum_{n=-L}^{L} c_n x(mT - n\tau)$$

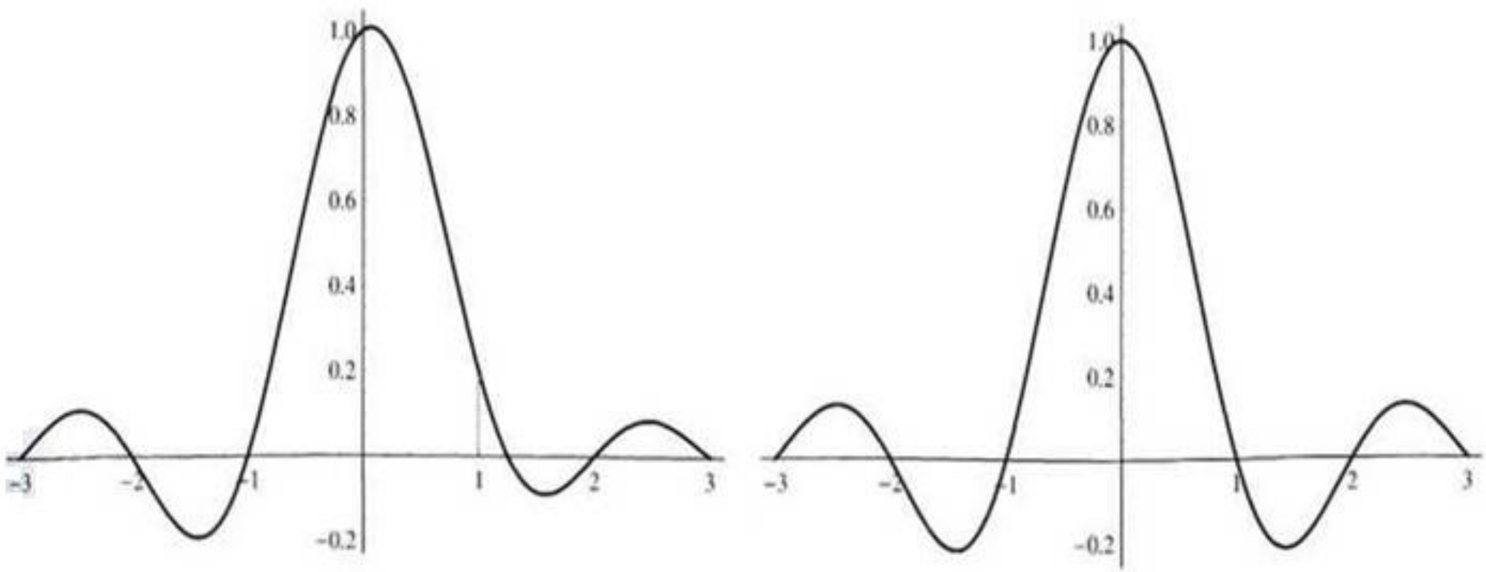
Ισοσταθμιστής επιβολής μηδενισμών (Zero-forcing, ZF)

- Ο ισοσταθμιστής *επιβολής μηδενισμών zero-forcing* (ZF) προκύπτει αν επιβληθεί η συνθήκη του Nyquist στην έξοδο του αντίστροφου φίλτρου:

$$y_m = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 0, & \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases}$$

- Για τον ισοσταθμιστή ZF ισχύουν τα εξής:
  - Χρησιμοποιείται αποκλειστικά για την καταπολέμηση της διασυμβολικής παρεμβολής και της παραμόρφωσης που προκαλεί αυτή στον εκπεμπόμενο παλμό. Επιτυγχάνει την αποκατάσταση της μορφής του παλμού, με την επιβολή μηδενισμών στα σημεία δειγματοληψίας τα οποία εξαιτίας της παραμόρφωσης του παλμού λαμβάνονται μη-μηδενικά.
  - Στην πράξη δεν καταργεί εντελώς την ISI. Αν όμως $L \longrightarrow \infty$ τότε θεωρητικά η ISI εξαλείφεται πλήρως.
  - Δε λαμβάνει υπόψη τον προσθετικό θόρυβο. Αυτό έχει σαν συνέπεια να παρουσιάζει κακές επιδόσεις όσον αφορά την πιθανότητα σφάλματος σε περιβάλλον ισχυρού θορύβου.

Ισοσταθμιστής επιβολής μηδενισμών (Zero-forcing, ZF)



(α) (β)

Ισοσταθμιστής Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος

- Ο ισοσταθμιστής Ισοσταθμιστής Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Minimum Mean Square Error-MMSE) αποτελεί μία περισσότερο αποδοτική έκδοση γραμμικού ισοσταθμιστή, αφού λαμβάνει υπόψη και την παρουσία του θορύβου.
- Οι συντελεστές $\boldsymbol{c_n}$ του MMSE επιλέγονται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα όλων των όρων ISI συν το θόρυβο στην έξοδο του ισοσταθμιστή.
- Αν η έξοδος του εγκάρσιου φίλτρου είναι διαβρωμένη από το θόρυβο και δειγματοληπτείται τη χρονική στιγμή t=mT θα ισχύει

$$q_m = \sum_{n=-L}^{L} c_n z(mT - n\tau)$$

Μη-γραμμικοί ισοσταθμιστές
Ισοσταθμιστής ανάδρασης απόφασης

$$z_m = a_m x_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x_{m-n} + n_m$$

- Αν ο δέκτης είχε ακριβή γνώση των συμβόλων a_n με $n \neq m$, τότε η δημιουργούμενη ISI θα μπορούσε να καταργηθεί αν αφαιρεθεί το z_m

$$\widehat{z_m} = z_m - \sum_{n=-\infty, n\neq m}^{\infty} a_n x_{m-n}$$

- $\widehat{z_m}$ απαλλαγμένη από ISI και θα περιείχε μόνο το θόρυβο.
- Στη γενική περίπτωση δεν είναι δυνατή η ακριβής γνώση όλων των προηγούμενων συμβόλων που δημιουργούν την ISI, η οποία διαβρώνει το τρέχον σύμβολο. Όμως είναι δυνατή η χρησιμοποίηση αποφάσεων του ανιχνευτή για ορισμένο αριθμό προηγούμενων συμβόλων.

Φίλτρα εκπομπής και λήψης σε συστήματα με ISI

- Αν η απόκριση συχνότητας του καναλιού ήταν γνωστή στον πομπό και χρονικά αμετάβλητη, τότε τα φίλτρα εκπομπής και λήψης (αν χρησιμοποιούνται παλμοί ανυψωμένου συνημίτονου) μπορούν να επιλεγούν ως:

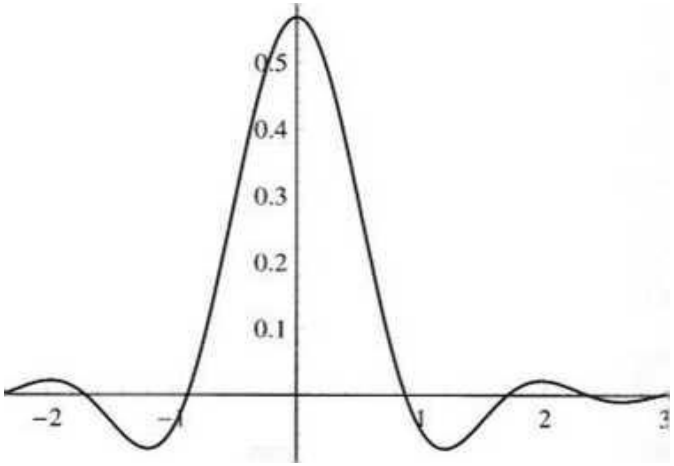
$$G_{TX}(f) = \frac{\sqrt{X_{RC}(f)}}{H(f)} e^{-j2\pi f t_1}$$

$$G_{RX}(f) = \sqrt{X_{RC}(f)} e^{-j2\pi f t_2}$$

t_0,t_1, t_2 οι χρονικές καθυστερήσεις των φίλτρων

- και συνεπώς η συνολική απόκριση θα είναι: $G_{\mathrm{TX}}(f)H(f)G_{RX}(f) = X_{RC}(f)e^{-j2\pi f t_0}$

- Ο παλμός με απόκριση συχνότητας $\mathrm{G}(f) = \sqrt{X_{RC}(f)}$ ονομάζεται παλμός τετραγωνικής ρίζας ανυψωμένου συνημιτόνου.



Ανίχνευση Ακολουθίας Μέγιστης Πιθανοφάνειας

- Όλες οι περιπτώσεις ισοσταθμιστών που παρουσιάστηκαν προηγουμένως περιορίζουν την επίδραση της ISI αλλά δεν αποτελούν βέλτιστη επιλογή όταν κριτήριο είναι η ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος.
- Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις η ανίχνευση γίνεται **σύμβολο- προς-σύμβολο**.
- Η διασυμβολική παρεμβολή εισάγει μνήμη στα λαμβανόμενα σύμβολα στο δέκτη, οπότε βέλτιστος ανιχνευτής είναι αυτός που λαμβάνει την απόφαση παρατηρώντας μία **ακολουθία** συμβόλων.
- Ένας τέτοιος ανιχνευτής ονομάζεται *Ανιχνευτής Ακολουθίας (Sequence Detector-SD).*
- Ο βέλτιστος ανιχνευτής ακολουθίας N συμβόλων είναι αυτός που αποφασίζει για την ακολουθία συμβόλων $a = \{a_1, a_2, \dots, a_N,\}$ η οποία μεγιστοποιεί τη μετρική:

$$\mu[\boldsymbol{z}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}] = \sum_{m-1}^{N} [z_m - y_m(a, x)]^2$$

όπου $\mathrm{z} = \{z_1, z_2, \dots, z_N,\}$ οι παρατηρούμενες τιμές εισόδου και $\mathrm{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N,\}$ οι συντελεστές του ισοδύναμου FIR φίλτρου του καναλιού με L+1 taps και $y_m(a, x) = \sum_{n=0}^{L} a_{m-n} x_n$

Άσκηση 1

- Οι τιμές δειγματοληψίας και οι αντίστοιχες πιθανότητες λήψης ενός συστήματος BPAM δίνονται ως:

$$z_m = \begin{cases} a_m + q + n_m \to \dfrac{1}{4} \\ a_m - q + n_m \to \dfrac{1}{4} \\ a_m + n_m \to \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

όπου η παράμετρος q εκφράζει την εισαγόμενη ISI, n_m είναι η Gaussian τυχαία μεταβλητή με διακύμανση $\sigma^2 = \frac{N_0}{2} = 1$ και $a_m = \pm$A ανάλογα εάν έχει σταλεί το bit 1 ή 0.

- Αν το A μπορεί να πάρει μία από τις τιμές 1, 2, 3 και 4 ποια τιμή θα επιλέγατε για το A, ώστε αν το ποσοστό της ISI είναι 10% του μεταδιδόμενου συμβόλου η μέση πιθανότητα σφάλματος να μην υπερβαίνει την τιμή 1,7x10^{-3};

Άσκηση 1 (συνέχεια)

- Αν δεν υπάρχει ISI, δηλαδή $z_m = a_m + n_m$, τότε η πιθανότητα σφάλματος θα είναι

$$\mathrm{P}_{e1} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right) = Q(\mathrm{A})$$

- Όταν $z_m = a_m + n_m + q$, τότε

$$\mathrm{P}_{e2} = Q\left(\frac{A+q}{\sigma}\right) = Q(\mathrm{A} + \mathrm{q})$$

- Όταν $z_m = a_m + n_m - q$, τότε

$$\mathrm{P}_{e3} = Q\left(\frac{A-q}{\sigma}\right) = Q(\mathrm{A} - \mathrm{q})$$

- Έτσι, η μέση πιθανότητα σφάλματος θα είναι

$$\mathrm{P}_e = \frac{1}{2}\mathrm{P}_{e1} + \frac{1}{4}\mathrm{P}_{e2} + \frac{1}{4}\mathrm{P}_{e3} = \frac{1}{2}Q(\mathrm{A}) + \frac{1}{4}Q(\mathrm{A}+q) + \frac{1}{4}Q(\mathrm{A}-\mathrm{q})$$

- Όπως, το ποσοστό της ISI είναι 10% του μεταδιδόμενου συμβόλου. Άρα $\frac{q}{\mathrm{A}} = 0.1$ και συνεπώς

$$\mathrm{P}_e = \frac{1}{2}Q(\mathrm{A}) + \frac{1}{4}Q(1.1\mathrm{A}) + \frac{1}{4}Q(0.9\mathrm{A})$$

- Θα πρέπει $\mathrm{P}_e \leq 1.7\mathrm{x}10^{-3}$, οπότε $\frac{1}{2}Q(\mathrm{A}) + \frac{1}{4}Q(1.1\mathrm{A}) + \frac{1}{4}Q(0.9\mathrm{A}) \leq 1.7\mathrm{x}10^{-3}$. Από πίνακες βρίσκεται πως A=3 ή A=4. Επιλέγουμε A=3 για μικρότερη ενέργεια συμβόλου.

Αλγόριθμος Viterbi για ανίχνευση ακολουθίας συμβόλων με παρουσία ISI

- Ο **αλγόριθμος Viterbi** είναι ένας απλός αλλά ταυτόχρονα εξαιρετικά αποτελεσματικός τρόπος για την ανίχνευση της βέλτιστης διαδρομής (με την έννοια της μέγιστης πιθανοφάνειας) σε διάγραμμα **Trellis**.
- Τα βήματα του αλγορίθμου Viterbi για τη βέλτιστη ανίχνευση ακολουθίας συμβόλων σε συστήματα με ISI είναι τα εξής:
  – Επιλέγεται μία κατάσταση εκκίνησης (για τη χρονική στιγμή $\mathrm{t} = 0$).
  – Τη χρονική στιγμή Τ υπολογίζονται οι μετρικές $\mu_1[z_1, y_1(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})]$ για κάθε κόμβο-κατάσταση του διαγράμματος Trellis και για τους Μ εισερχόμενους κλάδους στον κόμβο (για Μ-αδική διαμόρφωση).
  – Κατόπιν συγκρίνονται οι Μ μετρικές και επιλέγεται αυτή με την ελάχιστη τιμή ως *επιζώσα* (*survivor*). Οι διαδρομές που αντιστοιχούν στις υπόλοιπες Μ-1 μετρικές παύουν πλέον να χρησιμοποιούνται.
  – Τα σύμβολα που αντιστοιχούν στην επιζώσα διαδρομή καθώς και η τιμή της μετρικής αυτής αποθηκεύονται σε μνήμη.
  – Αν $\mu_1[z_1, y_1(\overline{\boldsymbol{a}}, \boldsymbol{x})]$ είναι η μετρική της επιζώσας διαδρομής από το προηγούμενο βήμα, τότε τη χρονική στιγμή 2Τ υπολογίζονται οι μετρικές $\mu_1[z_1, y_1(\overline{\boldsymbol{a}}, \boldsymbol{x})]+\mu_2[z_2, y_2(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{x})]$ και ακολουθείται η ίδια διαδικασία με το προηγούμενο βήμα.

Αλγόριθμος Viterbi για ανίχνευση ακολουθίας συμβόλων με παρουσία ISI

– Συνεχίζοντας τα παραπάνω βήματα με τον ίδιο τρόπο έως το τέλος της ακολουθίας των συμβόλων επιλέγεται η διαδρομή με την ελάχιστη μετρική ως αυτή που παρουσιάζει τη μέγιστη πιθανοφάνεια.
– Επειδή το μέγεθος του διαγράμματος Trellis συνδέεται με το μήκος L της μνήμης (ο αριθμός των καταστάσεων είναι M^L) ο αλγόριθμος Viterbi έχει πρακτική σημασία μόνο αν τα M και L λαμβάνουν μικρές τιμές.
– Στην περίπτωση που δεν ισχύει αυτό χρησιμοποιούνται άλλες υποβέλτιστες τεχνικές για την ανίχνευση της ακολουθίας συμβόλων παρουσία ISI.

Αλγόριθμος Viterbi για ανίχνευση ακολουθίας συμβόλων με παρουσία ISI