Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής τ.ε.
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Δυτικής Ελλάδας

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι

Διάλεξη 8: Διαμόρφωση Γωνίας (2/2)

Δρ. Μιχάλης Παρασκευάς
Επίκουρος Καθηγητής

Ατζέντα

- Εύρος Ζώνης Συχνοτήτων Σημάτων με Διαμόρφωση Γωνίας
- Δημιουργία Σημάτων Διαμορφωμένων κατά Γωνία
- Αποδιαμόρφωση Σημάτων Διαμορφωμένων κατά Γωνία

Εύρος Ζώνης Συχνοτήτων Σημάτων με Διαμόρφωση Γωνίας

Ημιτονοειδής Διαμόρφωση

Αυθαίρετη Διαμόρφωση

Εύρος Ζώνης για Ημιτονοειδή Διαμόρφωση

Το 98% της κανονικοποιημένης συνολικής ισχύος ενός ημιτονοειδούς σήματος κυκλικής συχνότητας ω_m (γραμμικής συχνότητας f_m), που έχει διαμορφωθεί κατά γωνία, περιέχεται σε περιοχή συχνοτήτων με εύρος W_B:

$$W_B \approx 2(\beta + 1)\omega_m \qquad (rad/\sec)$$

$$W_B \approx 2(\beta + 1)f_m \qquad (Hz)$$

Για τιμή του δείκτη διαμόρφωσης $\beta < 0.2$ θεωρούμε ότι το διαμορφωμένο κατά γωνία σήμα NB έχει εύρος ζώνης συχνοτήτων ίσο με $W_B \approx 2\omega_m$ ή $W_B \approx 2f_m$.

Εύρος Ζώνης για Αυθαίρετη Διαμόρφωση

Για αυθαίρετο διαμορφώνον πληροφοριακό σήμα $m(t)$, που είναι περιορισμένο σε ζώνη ω_{M} (rad/sec) ορίζουμε τον **λόγο απόκλισης $\boldsymbol{D}$** ως το πηλίκο της μέγιστης απόκλισης συχνότητας προς το εύρος ζώνης συχνοτήτων της $m(t)$:

$$D = \frac{\Delta\omega}{\omega_M}$$

Κανόνας Carson: Το εύρος ζώνης συχνοτήτων W_B σε διαμόρφωση γωνίας ενός πληροφοριακού σήματος με εύρος ζώνης συχνοτήτων ω_M, δίνεται από τη σχέση:

$$W_B \approx 2(D+1)\omega_M \qquad (rad/\mathrm{sec})$$

- **Διαμόρφωση Στενής Ζώνης (Narrow Band):**

  Για $D \ll 1$ το εύρος ζώνης συχνοτήτων είναι $W_B \approx 2\omega_{\mathrm{M}}$
- **Διαμόρφωση Ευρείας Ζώνης (Wide Band):**

  Για $D \gg 1$ το εύρος ζώνης συχνοτήτων είναι $W_B \approx 2D\omega_{\mathrm{M}} = 2\Delta\omega$

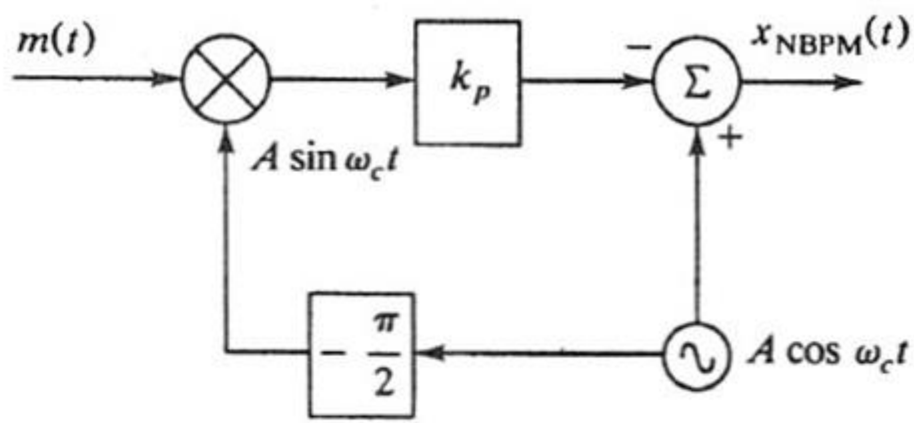
Δημιουργία Σημάτων Διαμορφωμένων κατά Γωνία

Σήματα Στενής Ζώνης

Σήματα Ευρείας Ζώνης

Διαμόρφωση Γωνίας Σημάτων Στενής Ζώνης (1/2)

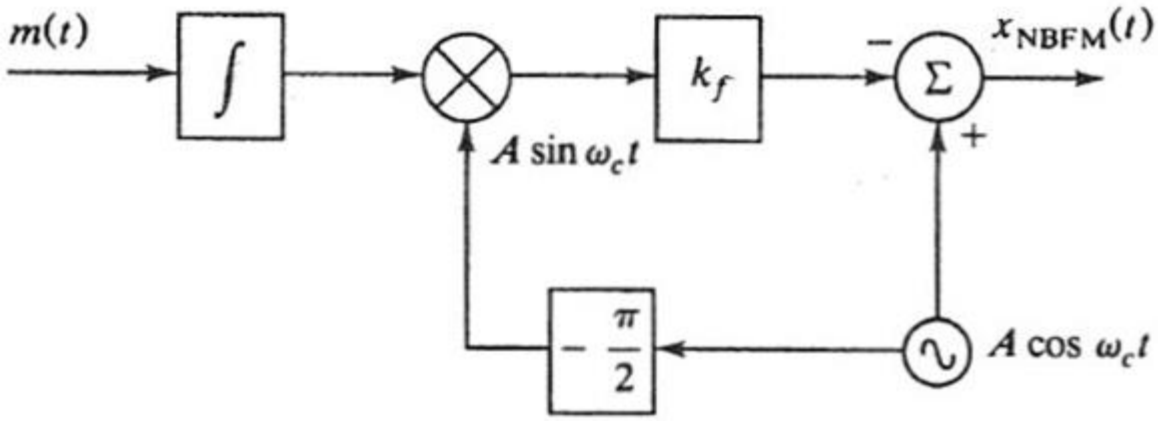
$$x_{NBPM}(t) \approx A\, cos\omega_c t - A\, k_p\, m(t)\, sin\,\omega_c t$$



Διαμορφωτής NBPM

Διαμόρφωση Γωνίας Σημάτων Στενής Ζώνης (2/2)

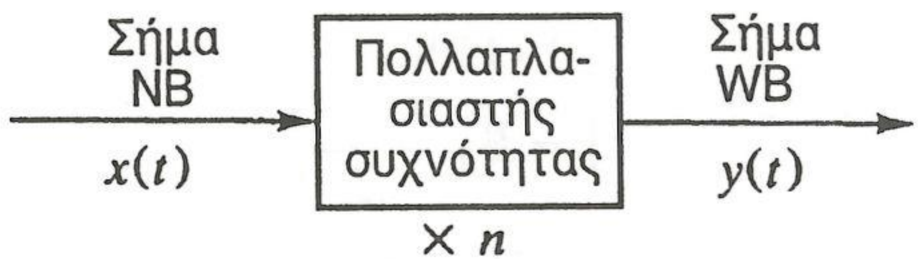
$$x_{NB\mathrm{FM}}(t) \approx A\, cos\omega_c t - A\left[\int_{-\infty}^{t} k_f\, m(\lambda)d\lambda\right] sin\,\omega_c t$$



Διαμορφωτής NBFM

Διαμόρφωση Γωνίας Σημάτων Ευρείας Ζώνης (1/2)

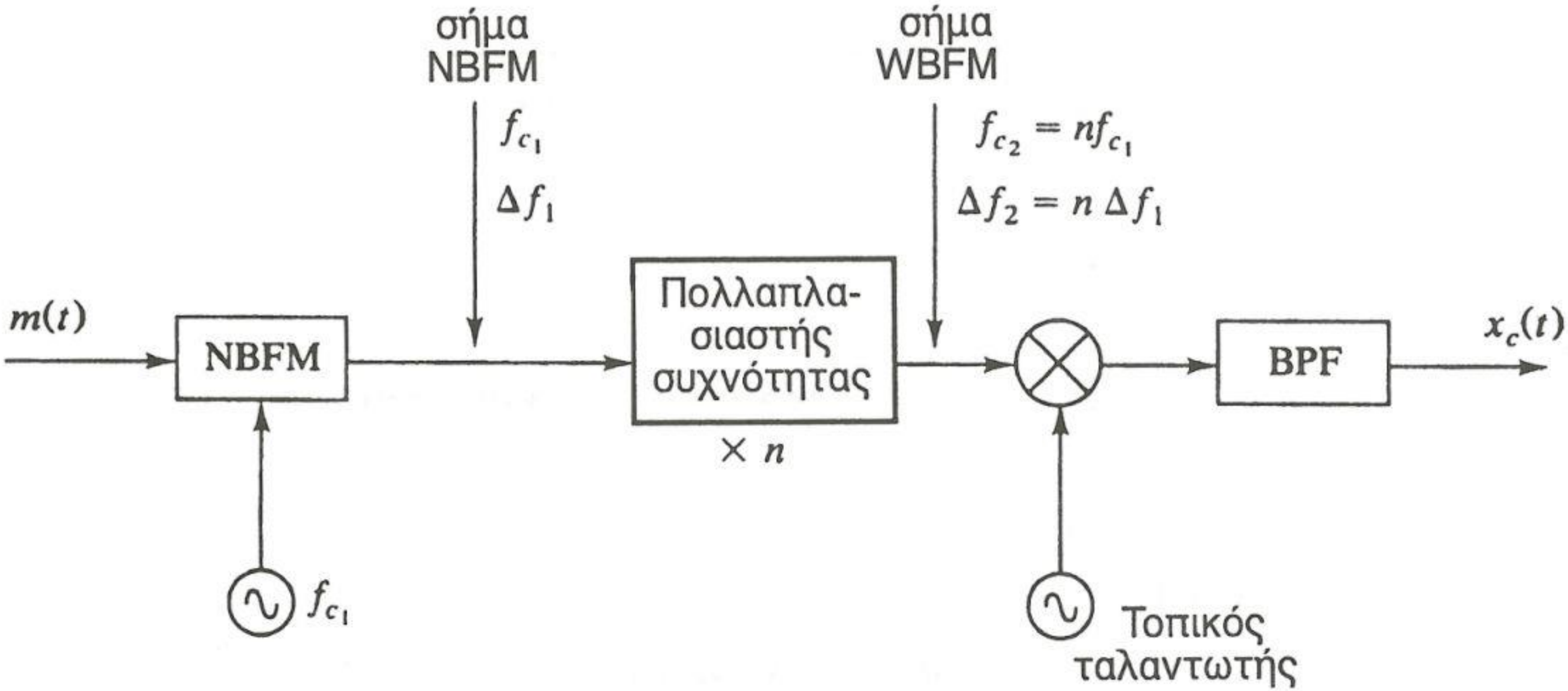
- Αρχικά παράγεται ένα κατά γωνία διαμορφωμένο σήμα στενής ζώνης (NB).
- Το NB με έναν πολλαπλασιαστή συχνότητας μετατρέπεται σε WB.



- Αν η είσοδος είναι $x(t) = A\,cos[\omega_c t + \varphi(t)]$, η έξοδος του πολλαπλασιαστή είναι $y(t) = A\,cos[n\,\omega_c t + n\,\varphi(t)]$.

- Ο πολλαπλασιαστής συχνότητας αυξάνει τη συχνότητα της φέρουσας σε μεγάλη τιμή που δεν είναι πρακτική. Γι’ αυτό ακολουθείται η επόμενη τεχνική μετατόπισης φάσματος.

Διαμόρφωση Γωνίας Σημάτων Ευρείας Ζώνης (2/2)

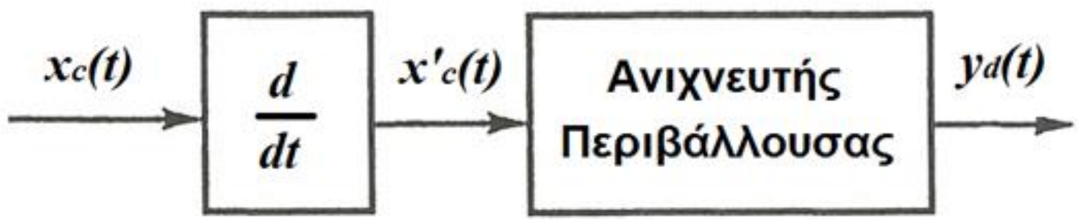


Μετατροπή NB σε WB

Αποδιαμόρφωση Σημάτων Διαμορφωμένων κατά Γωνία

Αποδιαμόρφωση με Διευκρινιστή Συχνότητας

Η είσοδος στον αποδιαμορφωτή είναι $x_c(t) = A\, cos[\omega_c t + \varphi(t)]$



Η έξοδος του διαφοριστή είναι:

$$x'_c(t) = -A\left[\omega_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}\right] sin[\omega_c t + \varphi(t)]$$

Η έξοδος του ανιχνευτή περιβάλλουσας είναι:

$$y_d(t) = \omega_i$$

Άσκηση 1

Ποιο είναι το εύρος ζώνης συχνοτήτων του κατά γωνία διαμορφωμένου σήματος:

$$x_c(t) = 10\, cos(2\pi 10^8 t + 200\, cos 2\pi 10^3 t)$$

Απάντηση: Η στιγμιαία συχνότητα είναι $\omega_i = 2\pi(10^8) - 4\pi(10^5)\, sin 2\pi(10^3)t$

Κι έτσι είναι $\Delta_\omega = 4\pi(10^5), \omega_m = 2\pi(10^3)$, και:

$$\beta = \frac{\Delta_\omega}{\omega_m} = \frac{4\pi(10^5)}{2\pi(10^3)} = 200$$

Στην ημιτονοειδή διαμόρφωση το εύρος ζώνης υπολογίζεται από:

$$W_B = 2(\beta + 1)\omega_m = 8.04\pi(10^5) rad/s$$

Επειδή είναι $\beta \gg 1$, τότε:

$$W_B \approx 2\Delta_\omega = 8\pi(10^5) rad/s \text{ ή } f_B = 400\, kHz$$

Άσκηση 2

Μια φέρουσα 20 MHz είναι διαμορφωμένη κατά συχνότητα από ημιτονοειδές σήμα έτσι ώστε η μέγιστη απόκλιση συχνότητας να είναι 100 kHz. Να προσδιοριστεί ο δείκτης διαμόρφωσης και το κατά προσέγγιση εύρος ζώνης συχνοτήτων του σήματος FM αν η συχνότητα του διαμορφώνοντος σήματος είναι: (α) 1 kHz, (β) 100 kHz και (γ) 500 kHz.

<u>Απάντηση:</u>

$\Delta_f = 100\ kHz, \qquad f_c = 20MHz \gg f_m$

Για ημιτονοειδή διαμόρφωση, ισχύει: $\beta = \Delta_f / f_m$

(α) Με $f_m = 1\ kHz,\ \beta = 100$. Πρόκειται για σήμα NBFM και $f_B \approx 2\Delta_f = 200\ kHz$.

(β) Με $f_m = 100\ kHz,\ \beta = 1$. Έτσι, το εύρος ζώνης θα είναι:

$$f_B \approx 2(\beta + 1)f_m = 400\ kHz$$

(γ) Με $f_m = 500\ kHz, \beta = 0.2$.

Πρόκειται για σήμα NBFM, και $f_B \approx 2\Delta_f = 1000\ kHz = 1MHz$

Άσκηση 3

Έστω ότι έχουμε ένα κατά γωνία διαμορφωμένο σήμα $x_c(t) = 10\,cos(\omega_c t + 3\sin\omega_m t)$. Υποθέτουμε PM και $f_m = 1\ kHz$. Να υπολογιστεί ο δείκτης διαμόρφωσης και να βρεθεί το εύρος ζώνης συχνοτήτων όταν (α) διπλασιαστεί το f_m και (β) όταν υποδιπλασιαστεί το f_m.

<u>Απάντηση</u>:

$$x_{PM}(t) = A\,cos\left[\omega_c t + k_p m(t)\right] = 10\,cos(\omega_c t + 3\,sin\omega_m t)$$

Έτσι έχουμε, $m(t) = a_m \sin\omega_m t$, και $x_{PM}(t) = 10\,cos\left(\omega_c t + k_p a_m sin\omega_m t\right)$

Γνωρίζουμε ότι $\beta = k_p a_m = 3$. Επομένως, η τιμή του β είναι ανεξάρτητη από το f_m.

Το εύρος ζώνης για $f_m = 1\ kHz$ είναι:

$$f_B = 2(\beta + 1)f_m = 8\ kHz$$

Όταν διπλασιαστεί το f_m, $\beta = 3$, $f_m = 2\ kHz$, και $f_B = 2(3 + 1)2 = 16\ kHz$

Όταν το f_m γινει μισό, $\beta = 3$, $f_m = 0.5\ kHz$, και $f_B = 2(3 + 1)(0.5) = 4\ kHz$

Άσκηση 4

Να επαναληφθεί η άσκηση 3 αν υποθέσουμε ότι έχουμε FM.

$$x_{FM}(t) = A\cos\left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^{t} m(\lambda)\, d\lambda\right] = 10\cos(\omega_c t + 3\sin\omega_m t)$$

Έτσι θα είναι $m(t) = a_m cos\omega_m t$ και

$$\chi_{FM}(t) = 10\cos\left(\omega_c t + \frac{a_m k_f}{\omega_m}\sin\omega_m t\right)$$

Ο δείκτης διαμόρφωσης είναι:

$$\beta = \frac{a_m k_f}{\omega_m} = \frac{a_m k_f}{2\pi f_m} = \frac{a_m k_f}{2\pi(10^3)} = 3$$

Άσκηση 4 (συνέχεια)

Βλέπουμε ότι η τιμή του β είναι αντίστροφα ανάλογη του f_m.

Έτσι, το εύρος ζώνης όταν $f_m = 1\ kHz$ είναι:

$$f_B = 2(\beta + 1)f_m = 2(3 + 1)1 = 8kHz$$

Όταν διπλασιαστεί το f_m, $\beta = 3/2$, $f_m = 2\ kHz$, και

$$f_B = 2(\beta + 1)f_m = 2\left(\frac{3}{2} + 1\right)2 = 10kHz$$

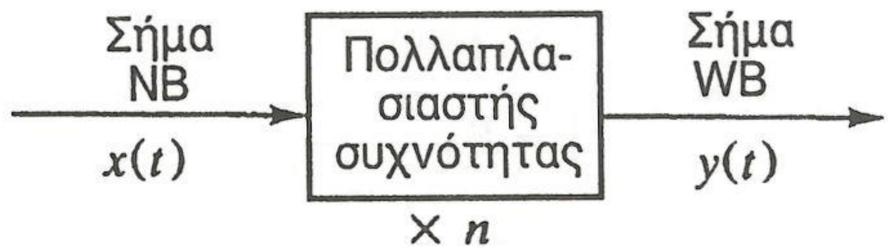
Όταν το f_m $\gamma\Omega\nu\varepsilon\iota\ \mu\iota\sigma$ό, $\beta = 6$, $f_m = 0.5\ kHz$, και έχουμε:

$$f_B = 2(\beta + 1)f_m = 2(6 + 1)(0.5) = 7kHz$$

Άσκηση 5

Έστω ότι έχουμε τον παρακάτω πολλαπλασιαστή συχνότητας και ένα σήμα NBFM:

$$x_{NBFM}(t) = A\cos(\omega_c t + \beta\ sin\omega_m t)$$



Με $\beta < 0.5$ και $f_c = 200\ kHz$. Έστω ότι η f_m έχει περιοχή τιμών από 50 Hz μέχρι 15 kHz, και ότι η μέγιστη απόκλιση συχνότητας Δ_f στην έξοδο είναι 75 kHz. Να βρεθεί ο πολλαπλασιασμός συχνότητας n που χρειάζεται, και η μέγιστη επιτρεπόμενη απόκλιση συχνότητας στην είσοδο.

Άσκηση 5 (συνέχεια)

<u>Απάντηση</u>:

Γνωρίζουμε ότι $\beta = \Delta_f / f_m$. Τότε θα είναι:

$$\beta_{min} = \frac{75(10^3)}{15(10^3)} = 5 \ \beta_{max} = \frac{75(10^3)}{50} = 1500$$

Αν είναι $\beta_1 = 0.5$, όπου β_1 είναι ο β εισόδου, τότε ο πολλαπλασιασμός συχνότητας που χρειάζεται είναι:

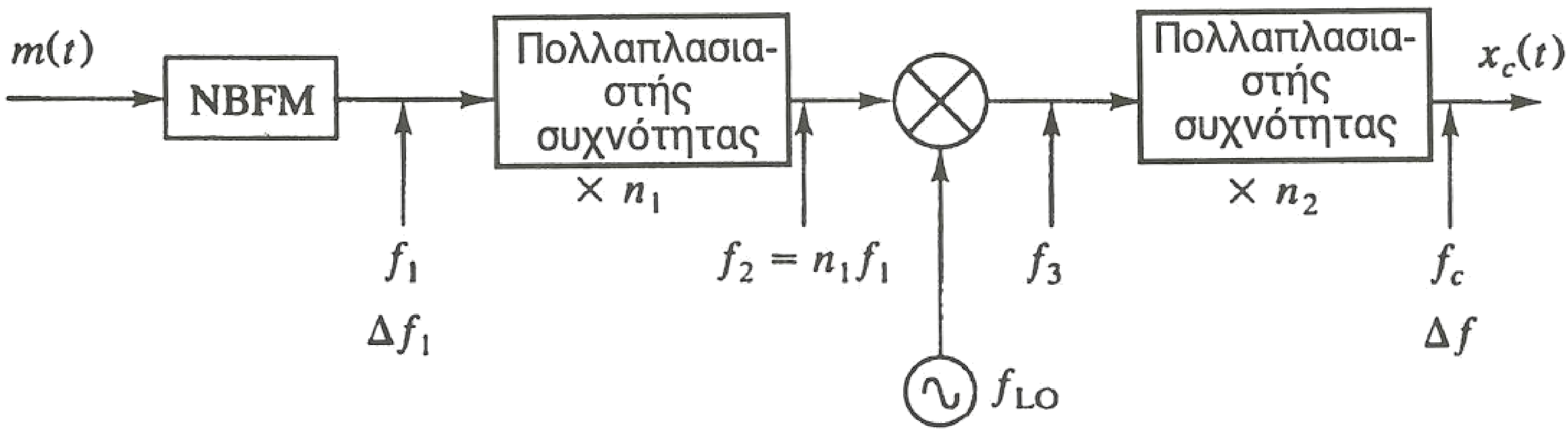
$$n = \frac{\beta_{max}}{\beta_1} = \frac{1500}{0.5} = 3000$$

Η μέγιστη επιτρεπόμενη απόκλιση συχνότητας στην είσοδο, που συμβολίζεται με Δf_1, είναι:

$$\Delta f_1 = \frac{\Delta_f}{n} = \frac{75(10^3)}{3000} = 25Hz$$

Άσκηση 6

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το λειτουργικό διάγραμμα ενός έμμεσου πομπού FM (Armstrong).



Να υπολογιστεί η μέγιστη απόκλιση συχνότητας Δf της εξόδου του πομπού FM και η συχνότητα της φέρουσας f_c αν $f_1 = 200\ kHz$, $f_{LO} = 10.8\ MHz$, $\Delta f_1 = 25\ Hz$, $n_1 = 64$ και $n_2 = 48$.

Άσκηση 6 (συνέχεια)

<u>Απάντηση</u>:

$$\Delta f = (\Delta f_1)(n_1)(n_2) = (25)(64)(48)Hz = 76.8\ kHz$$

$$f_2 = n_1 f_1 = (64)(200)(10^3) = 12.8(10^6)Hz = 12.8\ MHz$$

$$f_3 = f_2 \pm f_{LO} = (12.8 \pm 10.8)(10^6)Hz = \begin{cases} 23.6\ MHz \\ 2.0\ MHz \end{cases}$$

Έτσι, όταν $f_3 = 23.6\ MHz$, θα είναι:

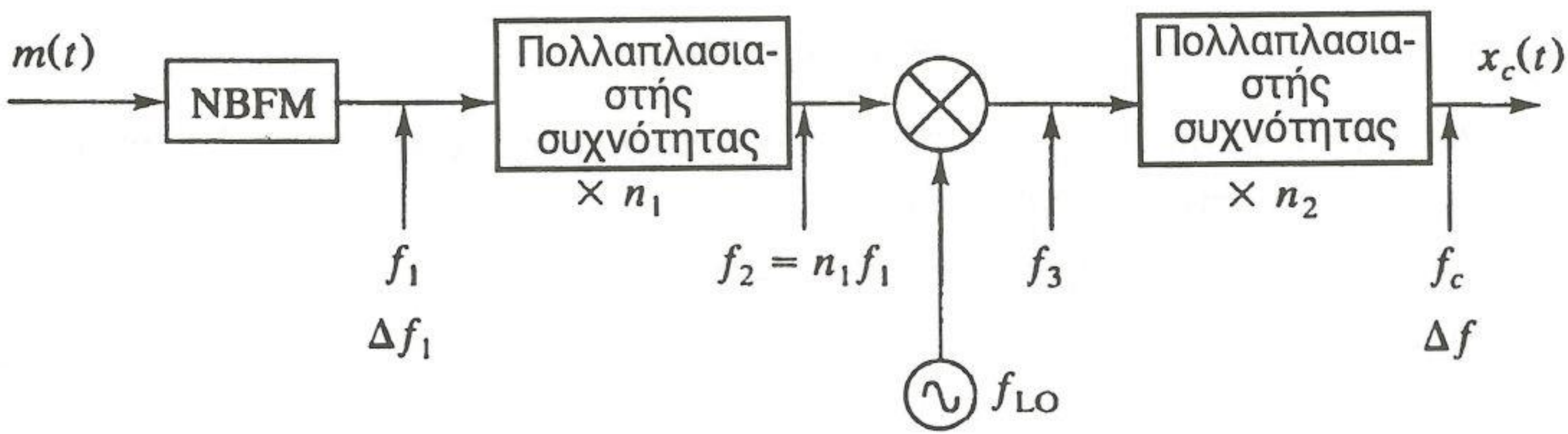
$$f_c = n_2 f_3 = (48)(23.6) = 1132.8MHz$$

Όταν $f_3 = 2\ MHz$, τότε:

$$f_c = n_2 f_3 = (48)(2) = 96MHz$$

Άσκηση 7

Στη γεννήτρια FM Armstrong του παρακάτω σήματος η συχνότητα του κρυσταλλικού ταλαντωτή είναι 200 kHz. Για να αποφύγουμε παραμόρφωση η μέγιστη απόκλιση συχνότητας περιορίζεται στο 0.2. Έστω ότι η f_m έχει περιοχή τιμών από 50 Hz μέχρι 15 kHz.
Η συχνότητα της φέρουσας στην έξοδο είναι 108 MHz, και η μέγιστη απόκλιση συχνότητας 75 kHz. Να επιλεγούν οι συχνότητες του πολλαπλασιαστή και του ταλαντωτή μίξης.



Άσκηση 7 (συνέχεια)

<u>Απάντηση</u>: Από το σχήμα έχουμε:

$$\Delta f_1 = \beta f_m = (0.2)(50) = 10\ Hz$$
$$\frac{\Delta f}{\Delta f_1} = \frac{75(10^3)}{10} = 7500 = n_1 n_2$$
$$f_2 = n_1 f_1 = n_1(2)(10^5) Hz$$

Αν θεωρήσουμε μετατροπή προς τα κάτω, έχουμε

$$f_2 - f_{LO} = \frac{f_c}{n_2}$$

Και έτσι:

$$f_{LO} = n_1 f_1 - \frac{f_c}{n_2} = \frac{7500(2)(10^5) - 108(10^6)}{n_2} = \frac{1392}{n_2}(10^6) Hz$$

Αν θέσουμε $n_2 = 150$, λαμβάνουμε

$$n_1 = 50\ και\ f_{LO} = 9.28\ MHz$$