Τμήμα
Μηχανικών
Πληροφορικής τ.ε.
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα
Δυτικής Ελλάδας

Σήματα και Συστήματα

Διάλεξη 2: Στοιχειώδη Σήματα Συνεχούς Χρόνου

Δρ. Μιχάλης Παρασκευάς
Επίκουρος Καθηγητής

Στοιχειώδη Σήματα Συνεχούς Χρόνου

1. Μοναδιαία Βηματική Συνάρτηση
2. Κρουστική Συνάρτηση ή Συνάρτηση Δέλτα
3. Η Συνάρτηση Μοναδιαίας Κλίσης (Ράμπα)
4. Εκθετικά Σήματα
5. Ημιτονοειδή Σήματα
6. Τετραγωνικός Παλμός
7. Τριγωνικός Παλμός
8. Συνάρτηση Δειγματοληψίας
9. Τραίνο κρουστικών συναρτήσεων (σήμα Comb)

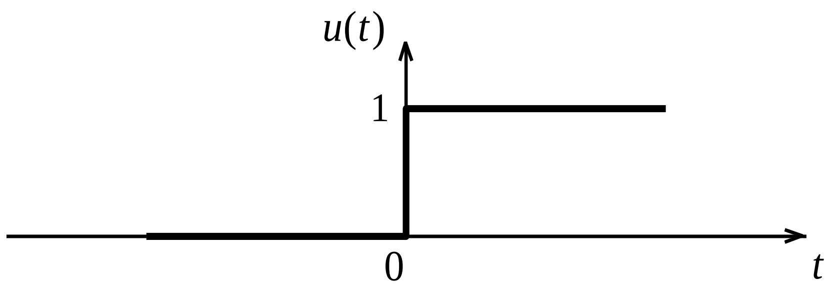
1. Μοναδιαία Βηματική Συνάρτηση

Μοναδιαία Βηματική Συνάρτηση (1/2)

Η συνάρτηση μοναδιαίου βήματος ή **μοναδιαία βηματική συνάρτηση** συνεχούς χρόνου ή συνάρτηση του Heaviside, ορίζεται από τη σχέση:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

Η συνάρτηση $u(t)$ είναι **ασυνεχής** εφόσον δεν ορίζεται στο $t = 0$.

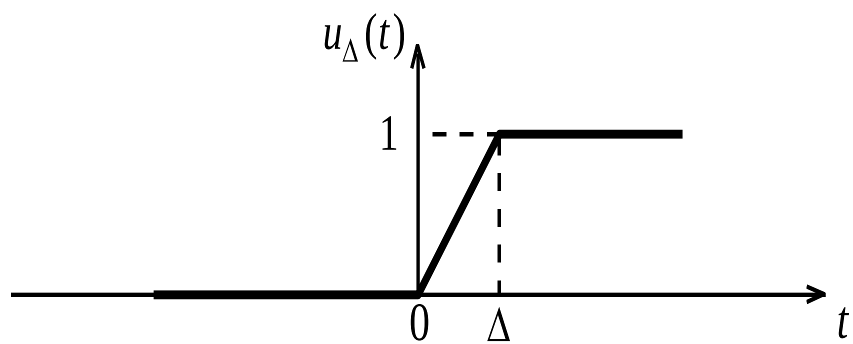


Συνάρτηση μοναδιαίου βήματος $u(t)$ (Heaviside)

Μοναδιαία Βηματική Συνάρτηση (2/2)

Εναλλακτικά η μοναδιαία βηματική συνάρτηση ορίζεται ως το όριο μίας ακολουθίας συναρτήσεων $u_n(t)$, δηλαδή ως $u(t) = \lim_{\Delta \to 0} u_\Delta(t)$, όπου:

$$u_\Delta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \dfrac{t}{\Delta}, & 0 \leq t \leq \Delta \\ 1, & t \geq \Delta \end{cases}$$



Η συνεχής προσέγγιση της συνάρτησης μοναδιαίου βήματος

Ιδιότητες Μοναδιαίας Βηματικής Συνάρτησης

Οι πιο σημαντικές ιδιότητες της μοναδιαίας βηματικής συνάρτησης είναι:

(α) Η πράξη της **κλιμάκωσης**:

$$\mathrm{A}\, u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \mathrm{A}, & t > 0 \end{cases}$$

(β) Η πράξη της **χρονικής μετατόπισης** κατά μία ποσότητα χρόνου t_0:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t > t_0 \end{cases}$$

Ιδιότητες Μοναδιαίας Βηματικής Συνάρτησης

(γ) Η πράξη της **αλλαγής μεταβλητής**:

$$u(-t) = \begin{cases} 0, & t > 0 \\ 1, & t < 0 \end{cases}$$

Αν προσθέσουμε τις $u(t)$ και $u(-t)$, βρίσκουμε :

$$u(t) - u(-t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} = sgn(t)$$

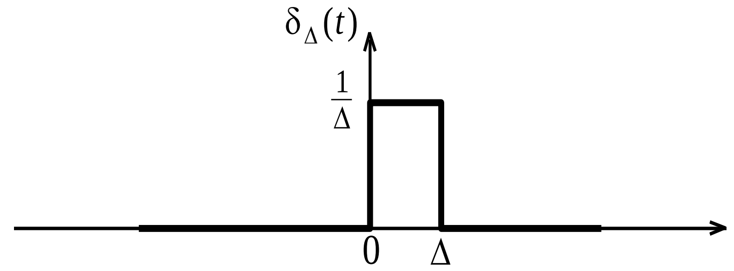
η οποία ονομάζεται **συνάρτηση προσήμου**, επειδή επιστρέφει τις τιμές $+1$, 0 και -1, αν η τιμή του t είναι θετική, μηδενική ή αρνητική, αντίστοιχα.

2. Κρουστική Συνάρτηση ή Συνάρτηση Δέλτα

Κρουστική Συνάρτηση (1/3)

Η παράγωγος της συνάρτησης $u_{\Delta}(t)$ είναι:

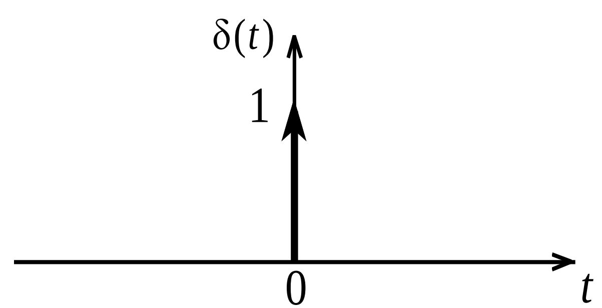
$$\delta_{\Delta}(t) = \frac{du_{\Delta}(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/\Delta, & 0 \le t \le \Delta \\ 0, & t \ge \Delta \end{cases}$$



Όταν $\Delta \to 0$ η χρονική διάρκεια του παλμού ελαττώνεται και αυξάνεται το ύψος του, το εμβαδόν όμως παραμένει **σταθερό** και ίσο με τη μονάδα.

Αν πάρουμε το όριο της $\delta_{\Delta}(t)$ όταν $\Delta \to 0$ ορίζουμε τη **συνάρτηση Δέλτα** ή **συνάρτηση Dirac** ή **κρουστική συνάρτηση** $\delta(t)$ από τη σχέση:

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \delta_{\Delta}(t)$$



Κρουστική Συνάρτηση (2/3)

Η $\delta(t)$ δεν είναι συνάρτηση υπό την αυστηρή μαθηματική έννοια, διότι δεν ορίζεται για $t = 0$.

Εναλλακτικά, μελετούμε τη συνάρτηση $\delta(t)$ ως έναν **τελεστή** που επενεργεί σε άλλες συναρτήσεις οι οποίες είναι ομαλές στο σημείο 0 και τις οποίες ονομάζουμε **συναρτήσεις δοκιμής**.

Έτσι, μπορούμε να εκφράσουμε (όχι να ορίσουμε) τη συνάρτηση $\delta(t)$ ως:

$$\delta(t) = 0 \;\; \text{για} \;\; t \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, \varphi(t)\, dt = \varphi(0)$$

όπου $\varphi(t)$ είναι μία συνάρτηση δοκιμής.

Κρουστική Συνάρτηση (3/3)

Ο προηγούμενος ορισμός μπορεί να γενικευθεί ώστε να περιγράψει την χρονικά μετατοπισμένη συνάρτηση $\delta(t-t_0)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0)\,\varphi(t)\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0)\,\varphi(t_0)\,dt = \varphi(t_0)\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0)\,dt = \varphi(t_0)$$

Η παραπάνω σχέση περιγράφει το μαθηματικό μοντέλο της διαδικασίας της **δειγματοληψίας**, η οποία αποτελεί το πρώτο από τα τρία στάδια μετατροπής ενός σήματος από αναλογική σε ψηφιακή μορφή.

Για $\varphi(t) = 1$ έχουμε:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t)\,dt = 1$$

Η συνάρτηση $\delta(t)$ είναι πολύ σημαντική επειδή ενώ η χρονική της διάρκεια τείνει στο **μηδέν**, το εμβαδόν της παραμένει ίσο με την **μονάδα**

Ιδιότητες Κρουστικής Συνάρτησης (1/2)

- $\delta(t) \ = \ \delta(-t)$
- $\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$
- $u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\, d\tau$
- $\varphi(t)\, \delta(t - t_0) = \varphi(t_0)\, \delta(t - t_0)$
- $\delta(\alpha t) = \frac{1}{|a|}\ \delta(t)$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(at)\, \varphi(t)\, dt = \frac{1}{|a|} \varphi(0)$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t)\, \varphi(t)\, dt = -\varphi'(0)$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t)\, dt = 0$

Ιδιότητες Κρουστικής Συνάρτησης (2/2)

- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, e^{-j\omega t}\, dt = 1$

- $\int_{-\infty}^{+\infty} A\, \delta(t)\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A\, \delta(t - t_0)\, dt = A$

- $\varphi(t)\, \delta'(t) = -\varphi'(0)\, \delta(t) + \varphi(0)\, \delta'(t)$

- $\int_{t_1}^{t_2} \delta(t - t_0)\, \varphi(t)\, dt = \begin{cases} \varphi(t_0), & t_1 < t_0 < t_2 \\ 0, & t_0 < t_1, \quad t_0 > t_2 \end{cases}$

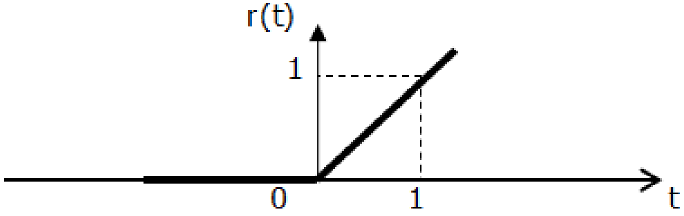
- $\int_{t_1}^{t_2} \delta(\tau - t)\delta(t - t_0)\, dt = \delta(t - t_0),\ t_1 < t_0 < t_2$

3. Συνάρτηση Μοναδιαίας Κλίσης (Ράμπα)

Συνάρτηση Μοναδιαίας Κλίσης

Η συνάρτηση **μοναδιαίας κλίσης** συνεχούς χρόνου, ορίζεται από τη σχέση:

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases} \quad \text{η} \quad r(t) = t\,u(t)$$



Ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{dr(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[t\,u(t)] = u(t)$$

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) d(\tau)$$

$$\delta(t) = \frac{d'' r(t)}{dt''}$$

4. Εκθετικά Σήματα

Εκθετικά Σήματα

Γενικός ορισμός εκθετικού σήματος:

$$x(t) = A\beta^{st}$$

Όπου:

- Το A ονομάζεται πλάτος του σήματος
- Το β είναι κάποιος πραγματικός αριθμός, με συνηθέστερη τιμή $\beta = e = 2{,}171828$.
- Το s μπορεί να παίρνει πραγματικές (θετικές ή αρνητικές) ή μιδαγικές τιμές και καθορίζει σε σημαντικό βαθμό τη συμπεριφορά του σήματος.

Ακολουθεί ανάλυση με βάση τις διαφορετικές τιμές του s.

Πραγματικά Εκθετικά Σήματα (1/2)

(α) s αρνητικός

Αν $s = -1/T,$ το σήμα γράφεται $x(t) = Ae^{-t/T}$.

Το Τ ονομάζεται **σταθερά χρόνου** και περιγράφει την ταχύτητα με την οποία ελαττώνεται το σήμα.

- Για $t = T$ έχουμε:

$$x(T) = A\;e^{-1} = 0{,}368\;A$$

- Για $t = 5T$ έχουμε:

$$x(T) = A\;e^{-5} = 0{,}0067\;A$$

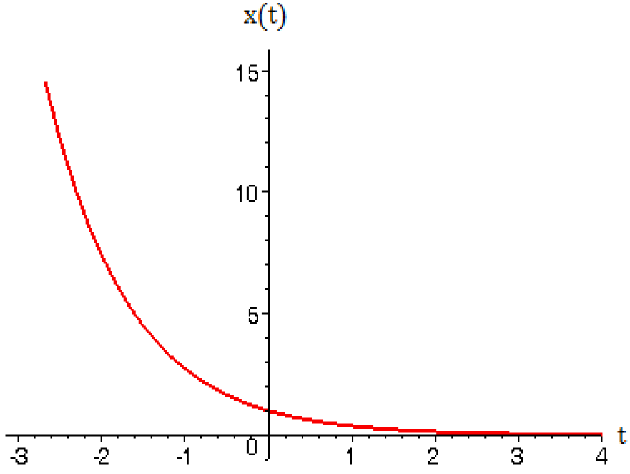
Παρατηρούμε ότι μετά από την πάροδο **πέντε (5) μονάδων χρόνου**, το εκθετικό σήμα λαμβάνει μία **αμελητέα τιμή** σε σχέση με το πλάτος του.

Πραγματικά Εκθετικά Σήματα (2/2)

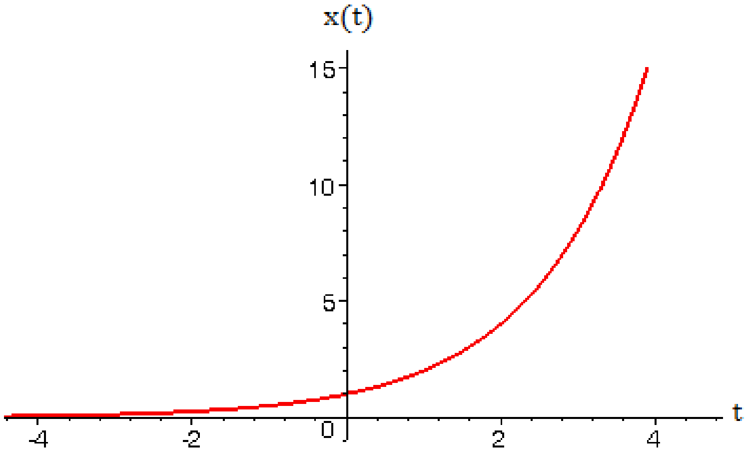
(β) s θετικός

Αν $s = 1/T$, το σήμα γράφεται $x(t) = Ae^{t/T}$.

Τα συμπεράσματα είναι ανάλογα με την προηγούμενη περίπτωση.



Εκθετικό σήμα για $s = -1/T$



Εκθετικό σήμα για $s = 1/T$

Σχέσεις του Euler

Στην ανάλυση των μιγαδικών συναρτήσεων χρησιμοποιείται συχνά η σχέση του **Euler**, δηλαδή:

$$e^{j\theta} = cos\theta + jsin\theta$$

Θέτοντας στην παραπάνω σχέση $\theta = -\theta$ έχουμε:

$$e^{-j\theta} = cos\theta - jsin\theta$$

Προσθαφαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις, αποκτούμε τις αντίστροφες σχέσεις του Euler που εκφράζουν τις συναρτήσεις συνημιτόνου και ημιτόνου σε ισοδύναμες μιγαδικές μορφές:

$$cos\theta = \frac{1}{2}\left[e^{j\theta} + e^{-j\theta}\right]$$

$$j\ sin\theta = \frac{1}{2}\left[e^{j\theta} - e^{-j\theta}\right]$$

Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα

Αν $s = j\omega_0$ το σήμα γράφεται $x(t) = A\, e^{j\omega_0 t},$ όπου το $j = \sqrt{-1}$ είναι η φανταστική μονάδα.

Τα εκθετικά μιγαδικά σήματα δεν έχουν φυσική υπόσταση αλλά χρησιμοποιούνται στη Θεωρία Σημάτων, καθώς απλουστεύουν την άλγεβρα των πράξεων.

Με βάση τις σχέσεις του Euler, έχουμε:

$$A\,cos(\omega_0 t + \varphi) = A\,Re\{e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\}$$
$$A\,sin(\omega_0 t + \varphi) = A\,Im\{e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\}$$

όπου $Re\{.\}$ και $Im\{.\}$ το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού, αντίστοιχα.

Επομένως, ένα σήμα **συνημιτόνου** μπορεί να θεωρηθεί ως το **πραγματικό μέρος** ενός μιγαδικού εκθετικού σήματος και ένα **ημιτονικό** ως το **φανταστικό μέρος** του.

Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα

Ένα μιγαδικό εκθετικό σήμα μπορεί να αναπαρασταθεί επίσης και ως:

$$x(t) = A\, e^{j(\omega_0 t + \varphi)} = X\, e^{j\omega_0 t}$$

όπου η ποσότητα $X = A\, e^{j\varphi}$ ονομάζεται **μιγαδικό πλάτος** του σήματος.

Επειδή το σήμα μπορεί να γραφεί και ως:

$$x(t) = A\, e^{j(\omega_0 t + \varphi)} = A\, cos\omega_0 t + j\, A\, sin\, \omega_0 t$$

- Συμπεραίνουμε ότι το μιγαδικό εκθετικό σήμα $x(t)$ είναι ένα **περιοδικό σήμα** με **θεμελιώδη περίοδο** $T_0 = 2\pi/\omega_0\ (sec)$.

- Η **συχνότητα** του σήματος δίνεται από τη σχέση $f_0 = \omega_0/2\pi\ (Hertz)$, όπου $\omega_0\ (rad/\text{sec})$ είναι η κυκλική συχνότητα.

- Η ποσότητα φ ονομάζεται **φάση** και είναι ένα μέτρο της σχετικής θέσης στο χρόνο για χρονικό διάστημα μίας περιόδου.

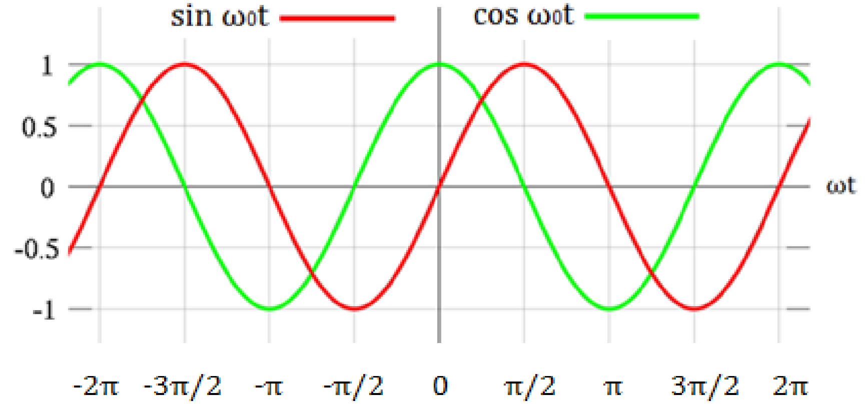
5. Ημιτονοειδή Σήματα

Ημιτονοειδή Σήματα

Η γενική σχέση που περιγράφει ένα ημιτονοειδές σήμα συνεχούς χρόνου είναι:

$$x(t) = A\,cos\,(\omega_0 t + \theta) = A\,sin\,\left(\omega_0 t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

Οι συναρτήσεις ημιτόνου και συνημιτόνου εμφανίζουν μία σταθερή διαφορά φάσης $\pi/2$ (90^o).



Το ημιτονοειδές σήμα είναι περιοδικό με **θεμελιώδη περίοδο** $T_0 = 2\pi/\omega_0\ (sec)$ και **συχνότητα** $f_0 = \omega_0/2\pi = 1/T_0\ (Hertz)$. Η ποσότητα φ ονομάζεται γωνία φάσης ή απλά **φάση**.

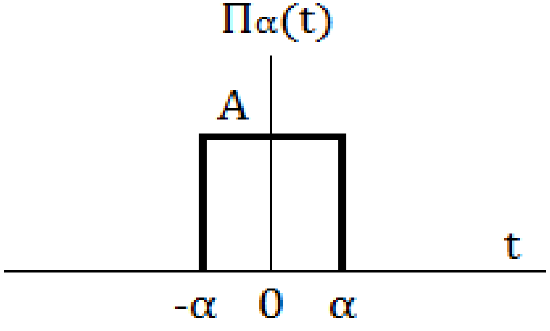
Τα ημιτονοειδή είναι μία ιδιαίτερα χρήσιμη κατηγορία περιοδικών σημάτων, επειδή αντιστοιχούν σε πολλά σήματα του πραγματικού κόσμου, όπως τα ηχητικά κύματα, τα ηλεκτρικά ρεύματα, κλπ.

Επιπλέον, σήματα που δεν είναι ημιτονοειδή μπορούν να γραφούν ως άθροισμα ημιτονοειδών σημάτων με την **ανάλυση Fourier**.

6. Τετραγωνικός Παλμός

Τετραγωνικός Παλμός

Τετραγωνικός παλμός διάρκειας α και πλάτους A:



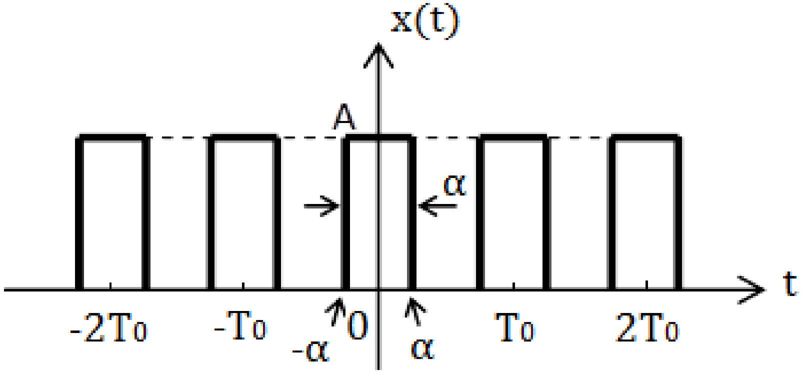
$$\Pi_\alpha(t) = \begin{cases} A, & t < |a| \\ 0, & t > |a| \end{cases}$$

Ο τετραγωνικός παλμός μπορεί να παραχθεί από την αφαίρεση δύο συναρτήσεων μοναδιαίου βήματος, δηλαδή από τη σχέση:

$$\Pi_\alpha(t) = A[\, u(t+a) - u(t-a)]$$

Επαναλαμβανόμενοι παλμοί με περίοδο T_0 δημιουργούν ένα «τραίνο παλμών», το οποίο είναι περιοδικό σήμα με περίοδο T_0 και διάρκεια παλμού α.

Το τραίνο παλμών έχει ενδιαφέρον στις ψηφιακές επικοινωνίες επειδή προσεγγίζει τις μεταδιδόμενες παλμοσειρές που περιγράφουν τα δείγματα ενός ψηφιακού σήματος.

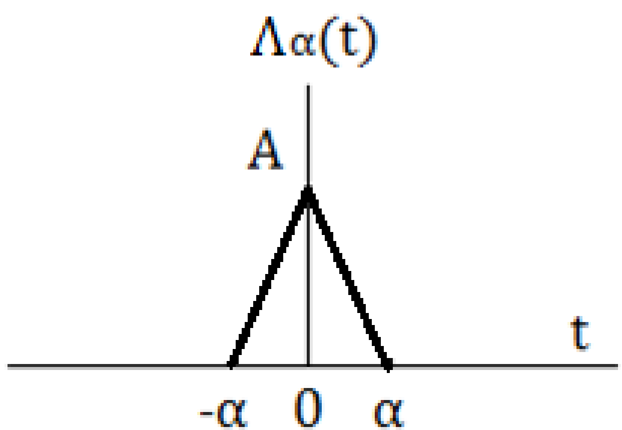


7. Τριγωνικός Παλμός

Τριγωνικός Παλμός

Τριγωνικός παλμός διάρκειας α και πλάτους A:

$$\Lambda_{\alpha}(t) = \begin{cases} A\left(1 - \dfrac{|t|}{a}\right), & t < |a| \\ 0, & t > |a| \end{cases}$$

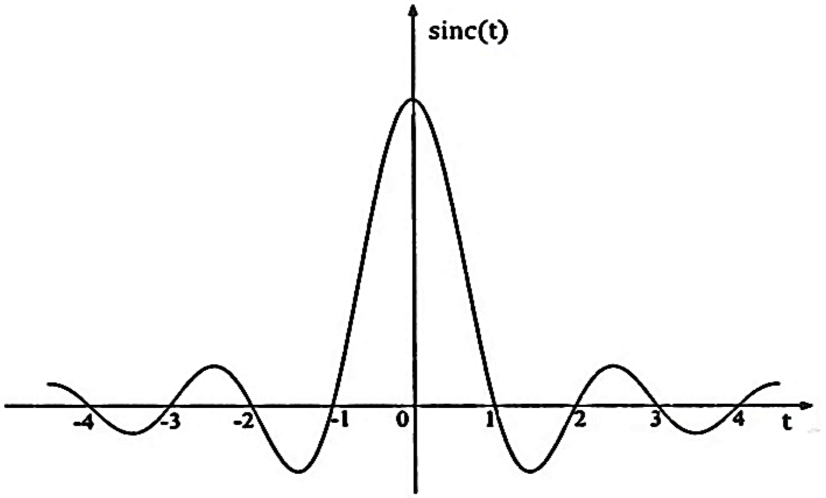


8. Συνάρτηση Δειγματοληψίας

Συνάρτηση Δειγματοληψίας

Συνάρτηση δειγματοληψίας:

$$sinc(t) = \begin{cases} \sin(t)/t & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$



<u>Παρατηρήσεις</u>:

- Η συνάρτηση $sinc(t)$ έχει άρτια συμμετρία
- Διέρχεται περιοδικά από το μηδέν για $t = \pm n\pi, \quad n = 1,2 \ldots$
- Το ύψος των δευτερευόντων λοβών μειώνεται ασυμπτωτικά προς το μηδέν.
- Οι μέγιστες και οι ελάχιστες τιμές της συμβαίνουν περίπου στο μέσο των αποστάσεων μεταξύ των σημείων μηδενισμού, δηλαδή περίπου για $t = \pm\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$, όπου $|sint| = 1$.

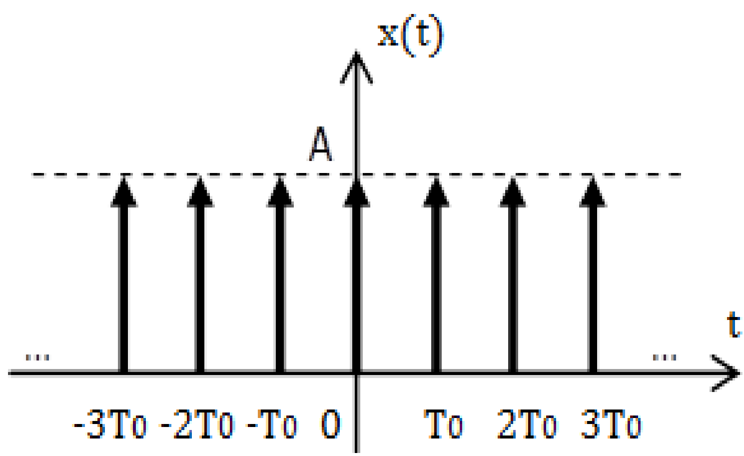
9. Τραίνο κρουστικών συναρτήσεων (σήμα Comb)

Τραίνο κρουστικών συναρτήσεων (comb)

Αν επαναλάβουμε τη συνάρτηση $\delta(t)$ με περίοδο T_0, δημιουργούμε το «τραίνο κρουστικών συναρτήσεων» (συνάρτηση $comb$):

$$comb(t) = A \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_0)$$

Αποδεικνύεται ότι η σειρά του δεξιού μέλους, συγκλίνει. Έτσι, η συνάρτηση $comb(t)$ είναι δυνατό να οριστεί.



Δειγματοληψία Σήματος Συνεχούς Χρόνου (1/2)

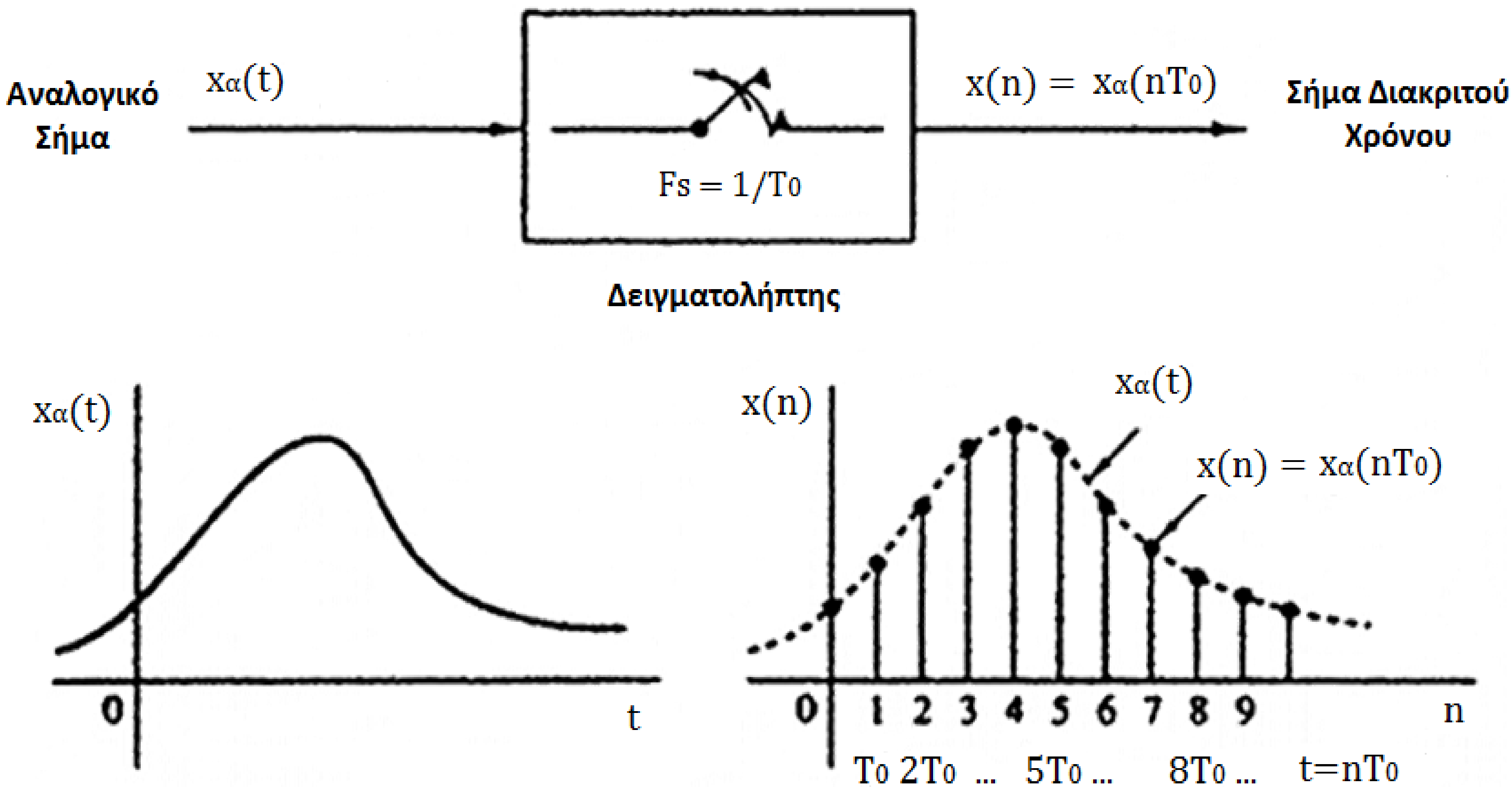
Με τη συνάρτηση $comb(t)$ υλοποιούμε τη **δειγματοληψία** ενός σήματος συνεχούς χρόνου $x(t)$ με περίοδο δειγματοληψίας T_0 ίση με την περίοδο της $comb(t)$.

Το σήμα συνεχούς πλάτους και διακριτού χρόνου $y(t)$, που προκύπτει από τη δειγματοληψία του σήματος $x(t)$ με περίοδο δειγματοληψίας T_0, είναι:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_0)\,\delta(t-kT_0) = x(t)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT_0)$$

Οι συναρτήσεις $\delta(t-kT_0)$ επιτρέπουν την καταγραφή των τιμών του σήματος $x(t)$ κατά τις χρονικές στιγμές nT_0 $όπου\ n=-\infty,\dots,-1,0,1,\dots,\infty$, οδηγώντας έτσι στη δειγματοληψία του σήματος $x(t)$.

Δειγματοληψία Σήματος Συνεχούς Χρόνου (2/2)

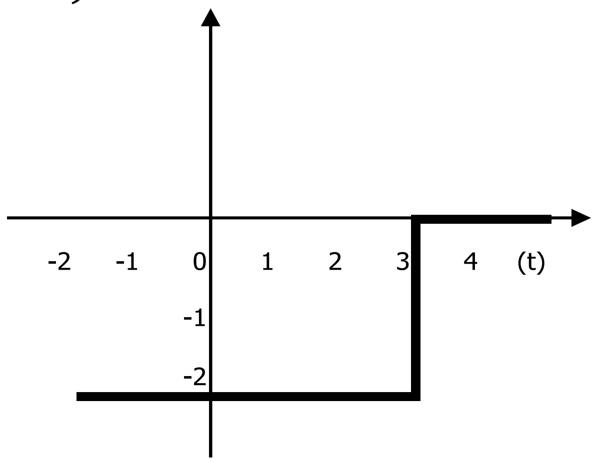


Διαδικασία δειγματοληψίας αναλογικού σήματος

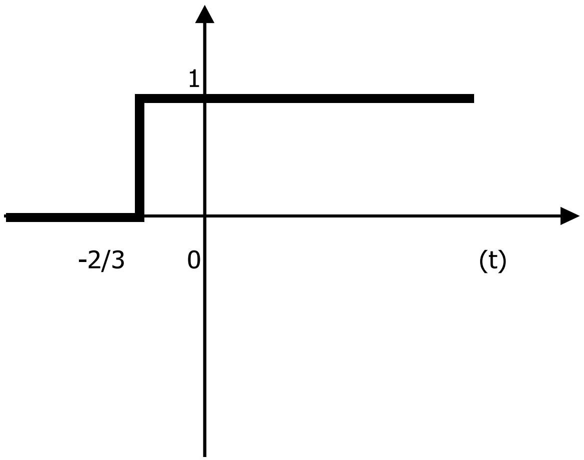
Άσκηση 1

Να σχεδιάσετε τα σήματα:

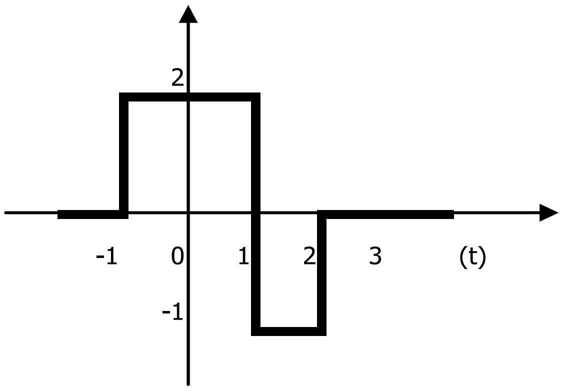
1) $-2u(3-t)$



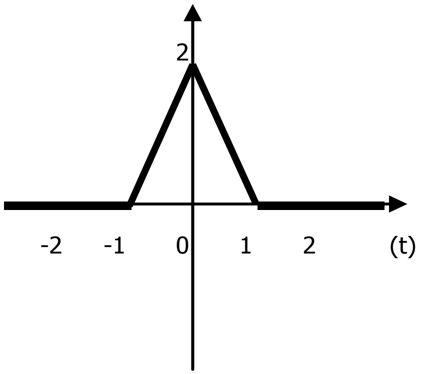
2) $u(3t+2)$



3) $2u(t+1) - 3u(t-1) + u(t-2)$



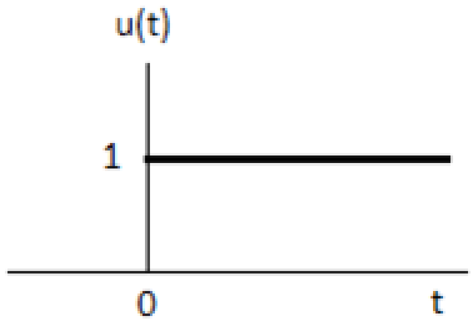
4) $2r(t+1) - 4r(t) + 2r(t-1)$



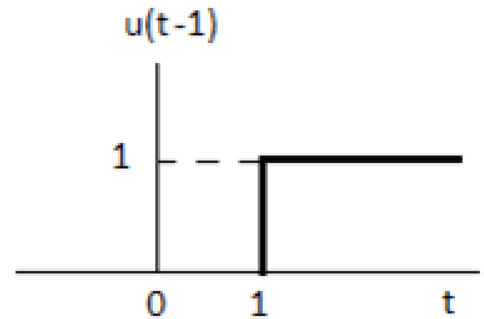
Άσκηση 2

Να σχεδιάσετε το σήμα $x(t) = u(t+2) - u(t-1)$

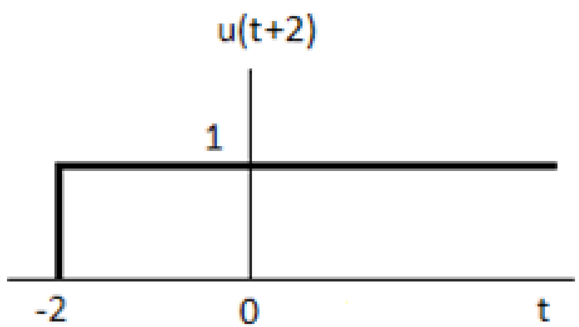
<u>Απάντηση</u>: Στα σχήματα (α) – (δ) απεικονίζονται τα βήματα δημιουργίας του $x(t)$ (σχήμα δ), το οποίο είναι το άθροισμα των $u(t), u(t-1)$ και $u(t+2)$ (σχήματα α, β και γ, αντίστοιχα).



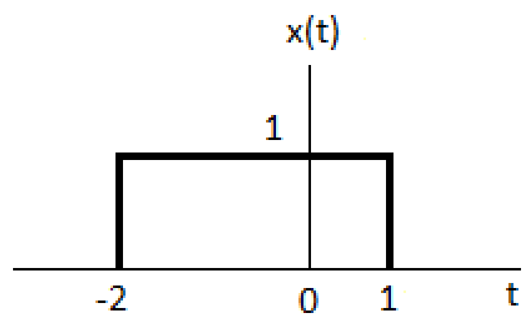
(α)



(β)



(γ)



(δ)

Άσκηση 3

Να υπολογίσετε την τιμή καθενός από τα παρακάτω ολοκληρώματα:

1) $\int_0^{+\infty}(t^2+3t-1)\,\delta(t-1)\,dt$ 2) $\int_0^{+\infty}(t^2+3t-1)\,\delta'(t-1)\,dt$

3) $\int_0^{+\infty}(t^2+3t-1)\,\delta''(t-1)\,dt$ 4) $\int_0^{+\infty}(t^2+3t-1)\delta^{(3)}(t-1)\,dt$

<u>Απάντηση</u>: Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα $\int_{t_1}^{t_2}\delta(\tau-t)\delta(t-t_0)\,dt=\delta(t-t_0)$, $t_1<t_0<t_2$, έχουμε:

1. $\int_0^{+\infty}(t^2+3t-1)\delta(t-1)dt=[\,t^2+3t-1\,]_{t=1}=3$

2. $\int_0^{+\infty}(t^2+3t-1)\,\delta'(t-1)\,dt=-\left[(t^2+3t-1)'\,\right]_{t=1}=-5$

3. $\int_0^{+\infty}(t^2+3t-1)\,\delta''(t-1)\,dt=(-1)^2\left[(t^2+3t-1)''\,\right]_{t=1}=2$

4. $\int_0^{+\infty}(t^2+3t-1)\delta^{(3)}(t-1)\,dt=(-1)^3\left[(t^2+3t-1)^{(3)}\,\right]_{t=1}=0$

Άσκηση 4

Να υπολογίσετε την τιμή καθενός από τα παρακάτω ολοκληρώματα:

1. $\int_0^{+\infty} t\, u(2-t)\, u(t)\, dt$

2. $\int_0^{+\infty} \delta\left(\frac{t}{2}-1\right)(t^2+2)\, dt$

3. $\int_0^{+\infty} \delta'(t-1)e^{-t}\, u(t)\, dt$

Απάντηση:

1. $\int_0^{+\infty} t\, u(2-t)\, u(t)\, dt = \int_0^2 t\, dt = 2$

2. $\int_0^{+\infty} \delta\left(\frac{t}{2}-1\right)(t^2+2)\, dt$. Θέτοντας $t' = \frac{t}{2}-1$ έχουμε:

$$\int_0^{+\infty} [\delta(t')(2t'+2)^2+2]\, dt = \int_0^{+\infty} \delta(t')(4t'^2+8t'+6)\, dt = 6$$

3. $\int_0^{+\infty} \delta'(t-1)e^{-t}\, u(t)\, dt = [(e^{-t})']_{t=1} = e^{-1}$

Άσκηση 5

Να αποδειχθεί πως το εκθετικό μιγαδικό σήμα $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ είναι περιοδικό με θεμελιώδη περίοδο $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Απάντηση: Αν είναι περιοδικό το $x(t)$ θα ικανοποιεί τη σχέση $x(t+T) = x(t)$, όπου T θετικός αριθμός. Άρα:

$$e^{j\omega_0(t+T)} = e^{j\omega_0 t} \Rightarrow e^{j\omega_0 t}\, e^{j\omega_0 T} = e^{j\omega_0 t} \Rightarrow \boldsymbol{e^{j\omega_0 T} = 1}$$

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

- Για $\omega_0 = 0$ έχουμε ένα σήμα σταθερών τιμών $x(t) = 1$ και επομένως είναι περιοδικό με οποιαδήποτε τιμή περιόδου.
- Για $\omega_0 \neq 0$ το εκθετικό μιγαδικό σήμα είναι θα περιοδικό για εκείνες τις τιμές της περιόδου T που ικανοποιούν τη σχέση $\omega_0 T = 2\pi m$. Δηλαδή:

$$T = m\frac{2\pi}{\omega_0}\ , \qquad m = 1, 2, \ldots$$

Επομένως, η θεμελιώδης περίοδος του σήματος αντιστοιχεί στην τιμή $m = 1$ και είναι η $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.