

Τμήμα
Μηχανικών
Πληροφορικής τ.ε.

Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα
Δυτικής Ελλάδας

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα II

Διάλεξη 8: Ορθογώνια Πολυπλεξία Διαίρεσης Συχνότητας - OFDM

Δρ. Μιχάλης Παρασκευάς
Επίκουρος Καθηγητής

Περιεχόμενα

- Ιστορική εξέλιξη
- Γενικά
- Ορθογωνιότητα
- Διαμόρφωση Υποκαναλιών
- Διάστημα Προστασίας (Guard Interval)
- FFT – IFFT FOURIER
- OFDM Πομπός και Δέκτης
- Φάσμα OFDM και Φασματική Απόδοση
- Διάγραμμα Μπλοκ
- BER με OFDM MPSK και με OFDM MQAM
- Εφαρμογές
- Παραλλαγές
- Πλεονεκτήματα- Μειονεκτήματα
- Ασκήσεις

Ιστορική Εξέλιξη

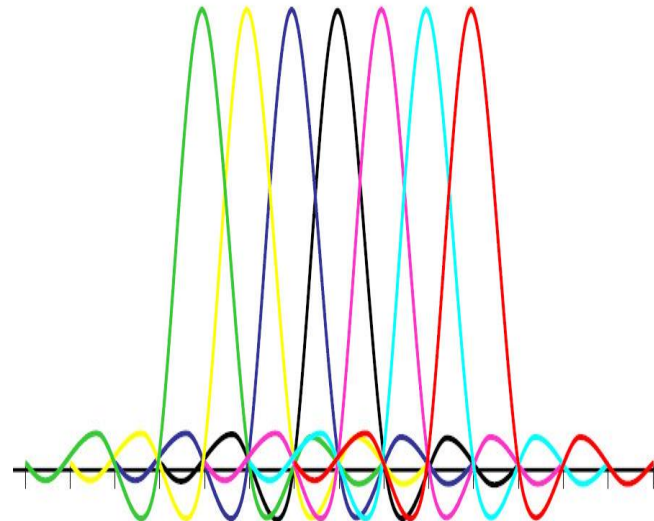
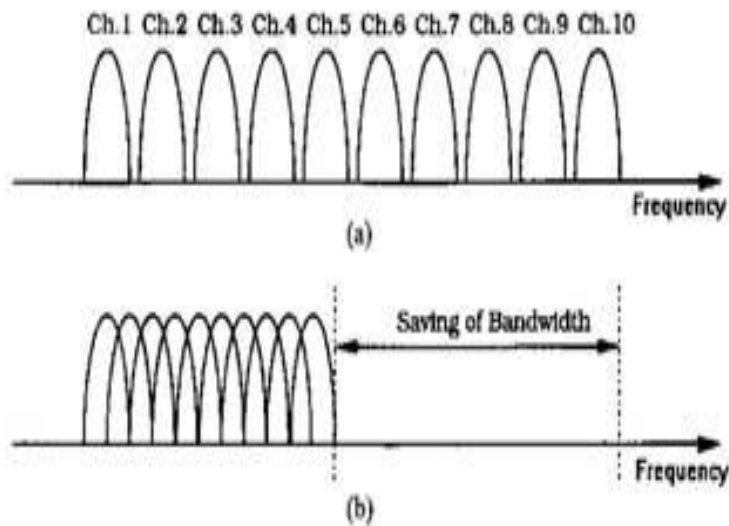
- OFDM – Orthogonal Frequency division Multiplexing - Ορθογώνια Πολυπλεξία Διαίρεσης Συχνότητας.
- Είναι μια τεχνική Διαμόρφωσης με την οποία μεταδίδονται μεγάλες ποσότητες πληροφορίας σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα
- Η διαμόρφωση OFDM ήταν γνωστή από το 1966.
- Τη δεκαετία του 1960 η τεχνική OFDM χρησιμοποιήθηκε σε αρκετά στρατιωτικά προγράμματα τα οποία λειτουργούσαν σε ζώνες υψηλών συχνοτήτων.
- Τη δεκαετία του 1980, μελετήθηκε για την αποδοτικότητά της σε modem υψηλών ταχυτήτων, σε ψηφιακές κινητές επικοινωνίες, σε εγγραφές υψηλής πυκνότητας.

Διαφορές της OFDM από άλλες τεχνικές

- **Ορθογωνιότητα:** Μεταξύ των συχνοτήτων των φερόντων του συστήματος
- Είναι κατάλληλη για ασύρματες μεταδόσεις λόγω του υψηλού ρυθμού μετάδοσης που επιτυγχάνει

Γενικά

- Στο σύστημα OFDM τα φάσματα των υποφερουσών επικαλύπτονται και ταυτόχρονα να είναι δυνατός ο διαχωρισμός τους από τον δέκτη. Έτσι είναι δυνατή η καλύτερη αξιοποίηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης(φάσματος), αφού στο ίδιο εύρος υπάρχει δυνατότητα να στείλουμε δύο σήματα την ίδια χρονική στιγμή που απέχουν ελάχιστα μεταξύ τους στον άξονα της συχνότητας με μηδενικές παρεμβολές εξοικονομώντας έτσι πολύτιμο φάσμα.
- Για να επιτευχθεί αυτό πρέπει οι υποφέρουσες να είναι μαθηματικά ορθογώνιες.



Ορθογωνιότητα Φερόντων

Για K υποκανάλια, σε κάθε υποκανάλι k , χρησιμοποιείται διαφορετική φέρουσα:

$$y_k = \cos(2\pi f_k t), k=0,1..K-1$$

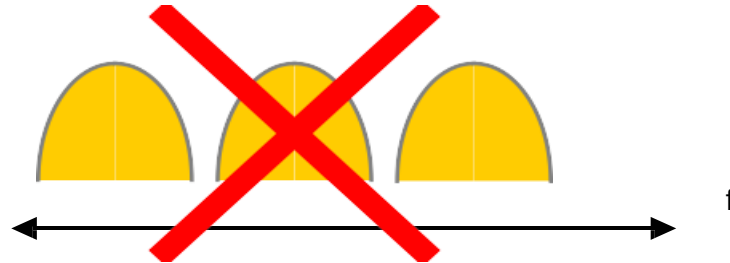
όπου f_k η κεντρική συχνότητα του υποκαναλιού

Αν η διαφορά συχνότητας μεταξύ διαδοχικών υποκαναλιών είναι $\Delta f=1/T_s$, όπου T_s η διάρκεια του συμβόλου σε κάθε υποκανάλι και για $k \neq j$ ισχύει:

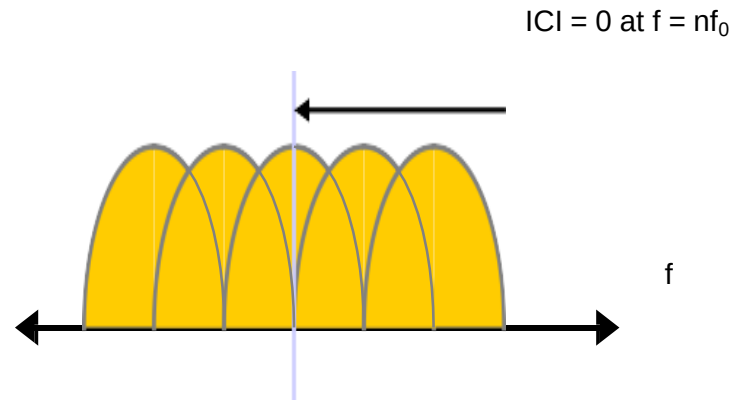
$$\int_0^T \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \cos(2\pi f_j t + \varphi_j) dt = 0$$

τότε οι υποφέρουσες είναι **ορθογώνιες** μεταξύ τους ανεξάρτητα από τις φάσεις τους.

Ορθογωνιότητα Φερόντων



Χωρίς Επικάλυψη- Μη αποδοτική από άποψη χρησιμοποίησης του διαθέσιμου εύρους ζώνης

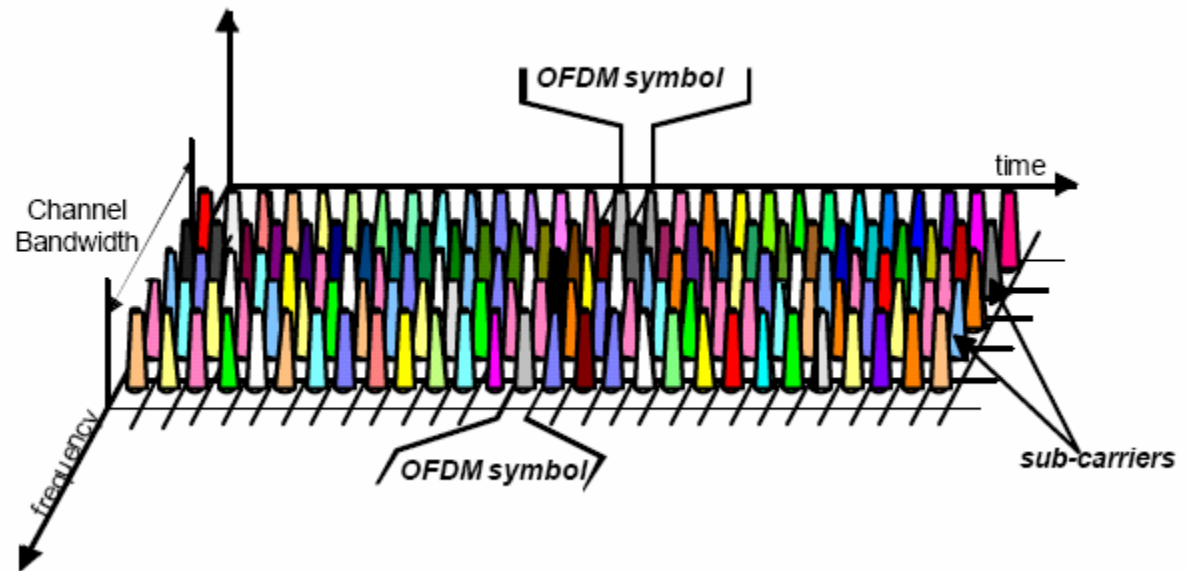


Με επικάλυψη- Αποδοτική από άποψη χρησιμοποίησης του διαθέσιμου εύρους ζώνης

Διαμόρφωση Υποκαναλιών

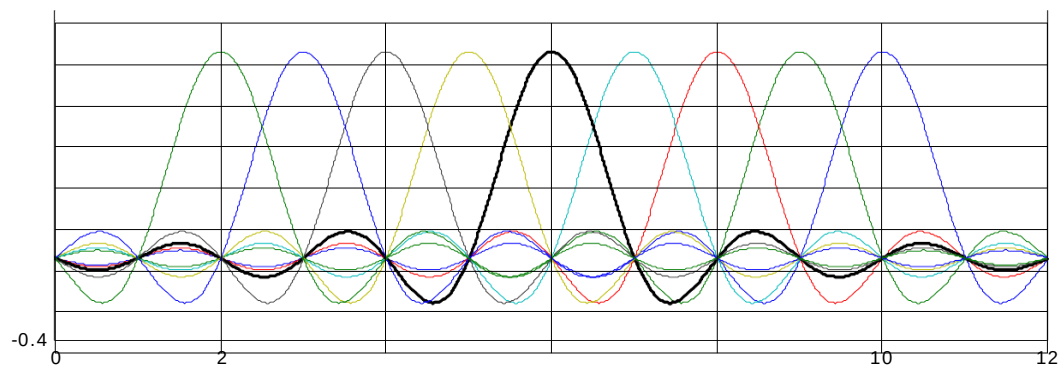
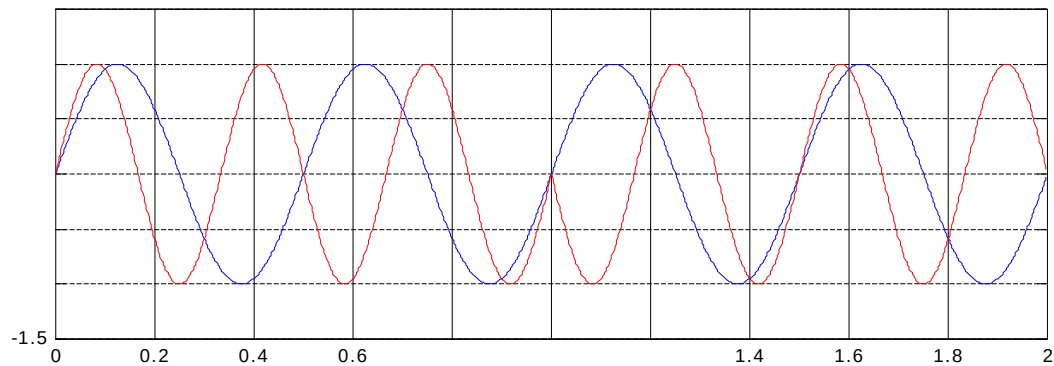
Σε ένα OFDM σύστημα με K υποκανάλια:

- ο ρυθμός συμβόλων σε κάθε υποκανάλι μειώνεται κατά K σε σχέση με το σύστημα μιας φέρουσας.
- άρα, η περίοδος συμβόλου στο OFDM γίνεται $T = K \cdot T_s$, όπου T_s η περίοδος συμβόλου του κάθε υποκαναλιού.

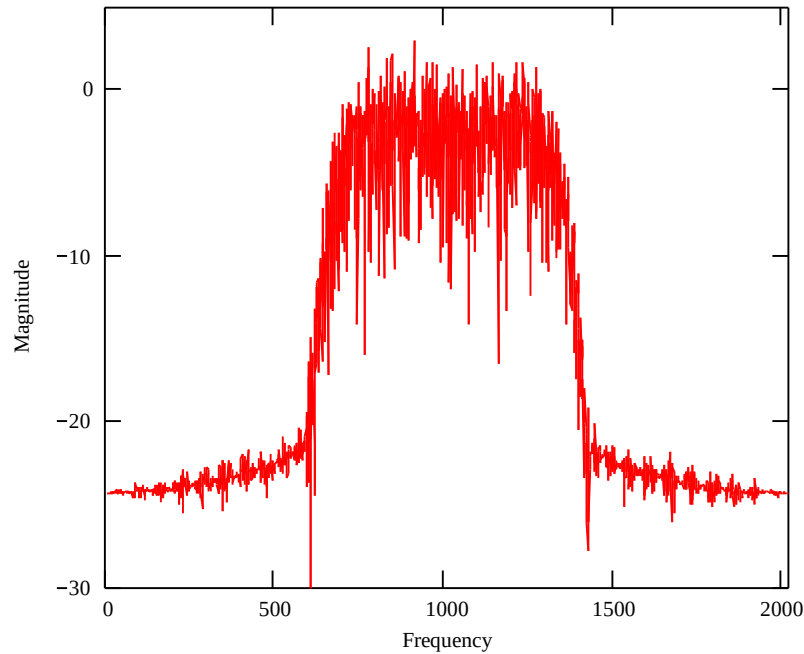


Κάθε υποφέρων διαμορφώνεται, σύμφωνα με κάποια από τις διαμορφώσεις (BPSK, QPSK, 4-QAM, 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM) και μεταφέρει μόνο ένα μέρος (μερικά bits) της πληροφορίας

OFDM σήμα στο Χρόνο και στη Συχνότητα

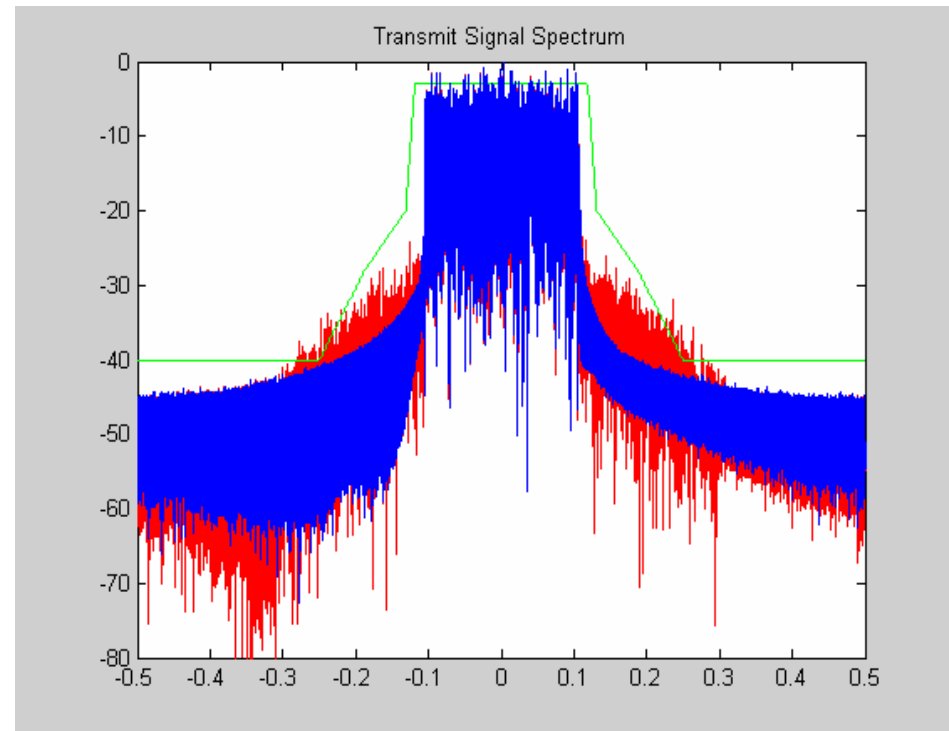


Φάσμα Σήματος OFDM



Σήμα απλού φέροντος

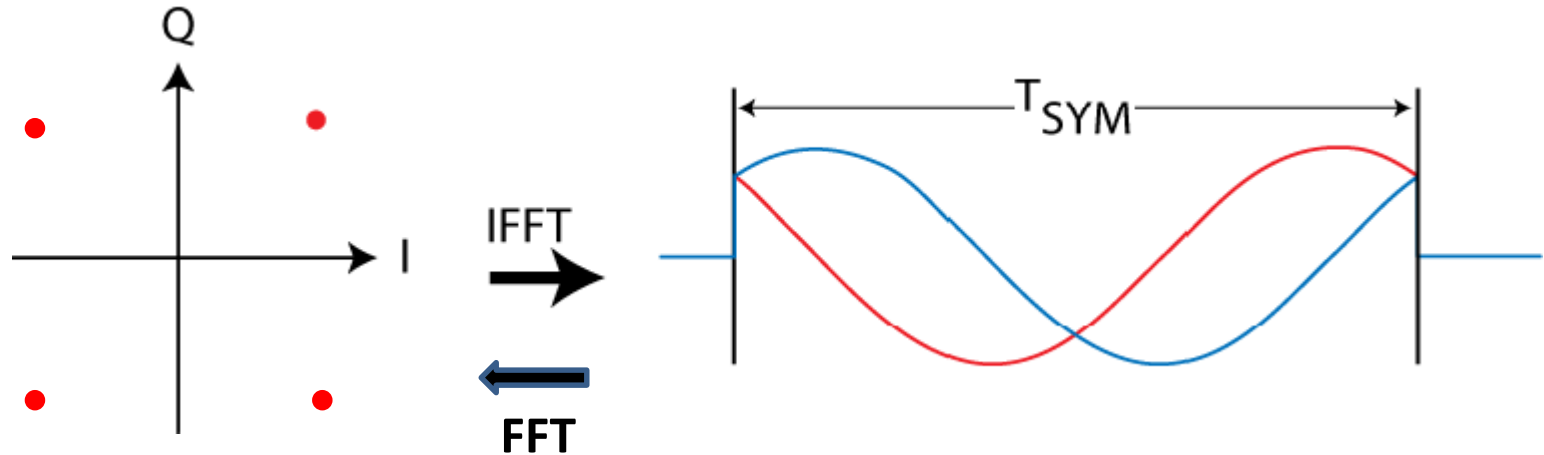
Η μπλε γραφική είναι ένα σήμα OFDM με 216 υπο-φέροντα.



Χρήση του FFT – IFFT στην OFDM (1/2)

- Η OFDM τεχνική χρησιμοποιεί μια αποδοτική υπολογιστική τεχνική, το διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) και την υλοποίηση Fast Fourier Transform - FFT.
- Ο FFT και ο αντίστροφος του IFFT μπορούν να δημιουργήσουν πολλαπλά ορθογωνικά υποφέροντα χρησιμοποιώντας μια μόνο ραδιοσυχνότητα.
- Η εφαρμογή των μετασχηματισμών Fourier συνιστά μια οικονομική και εύκολη υλοποίηση για την μετατροπή του προϊόντος της διαμόρφωσης από το πεδίο της συχνότητας στο πεδίο του χρόνου (IFFT) και αντιστρόφως (FFT), η οποία διατηρεί ταυτόχρονα την ορθογωνιότητα των φερόντων των OFDM σημάτων.

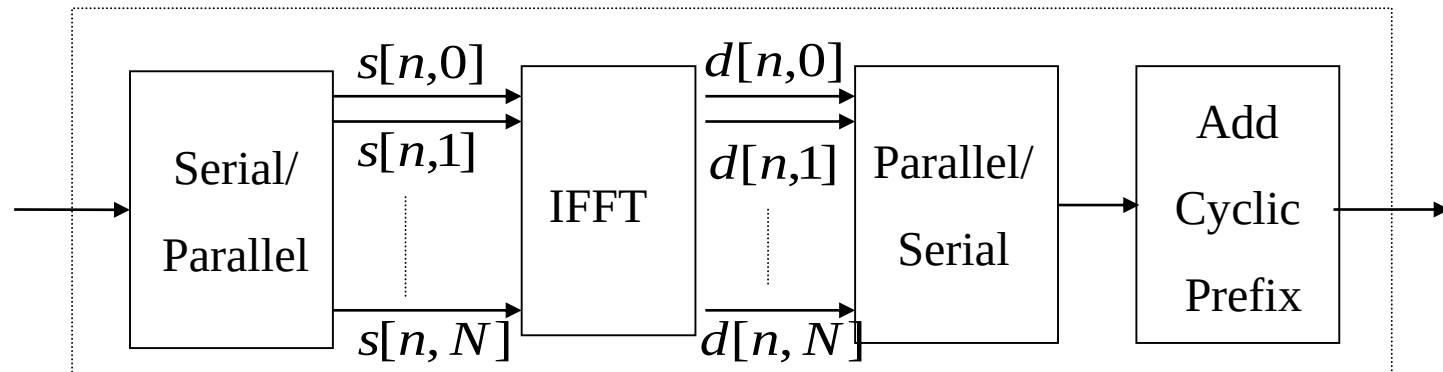
Χρήση του FFT – IFFT στην OFDM (2/2)



Σύστημα OFDM

- Μια υψηλού ρυθμού μετάδοσης ροή δεδομένων διασπάται σε N χαμηλότερου ρυθμού
- Οι N χαμηλότερου ρυθμού ροές δεδομένων μεταδίδονται από N υπο-φέροντα
- Τα N υπο-φέροντα πρέπει να είναι ορθογώνια

Διαμορφωτής OFDM

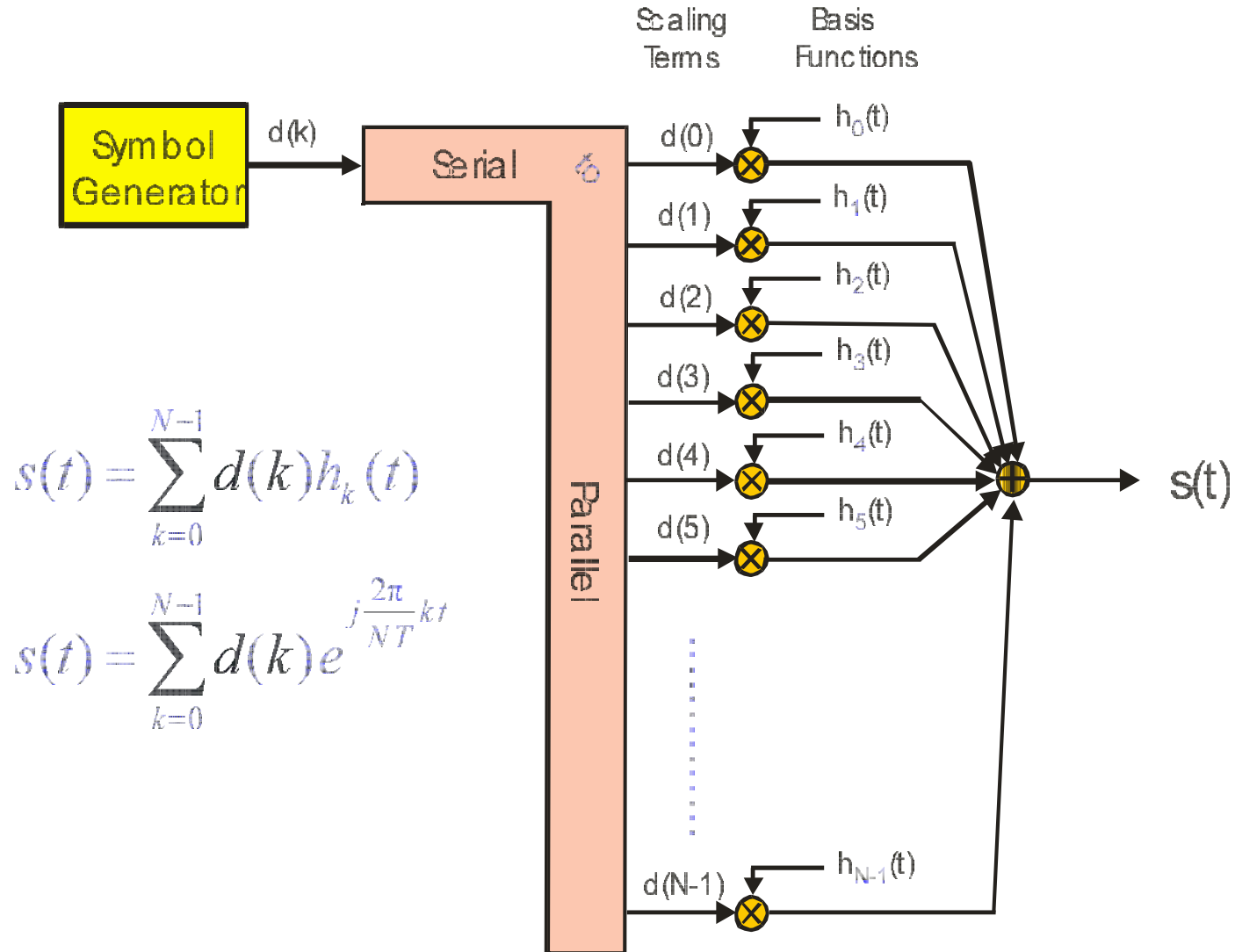


Με τη βοήθεια του IFFT, το σήμα που καταλαμβάνει συγκεκριμένο φάσμα, μετατρέπεται σε σήμα συναρτήσεως του χρόνου.

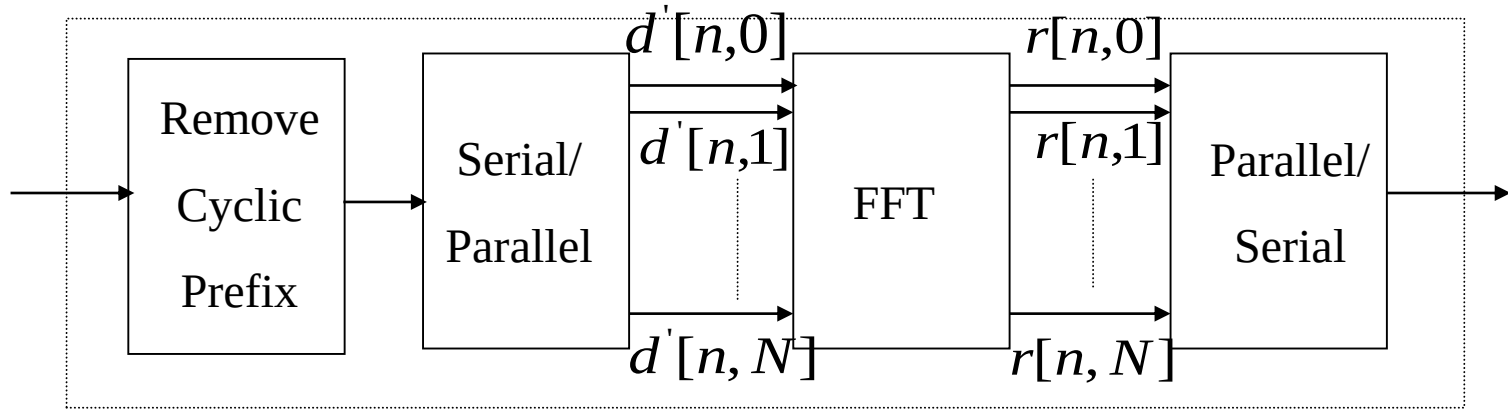
Προστίθεται στη συνέχεια το Guard Interval.

$$d[n,i] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} s[n,k] e^{j2\pi i \frac{k}{N}}$$

Διαμορφωτής OFDM



Αποδιαμορφωτής OFDM

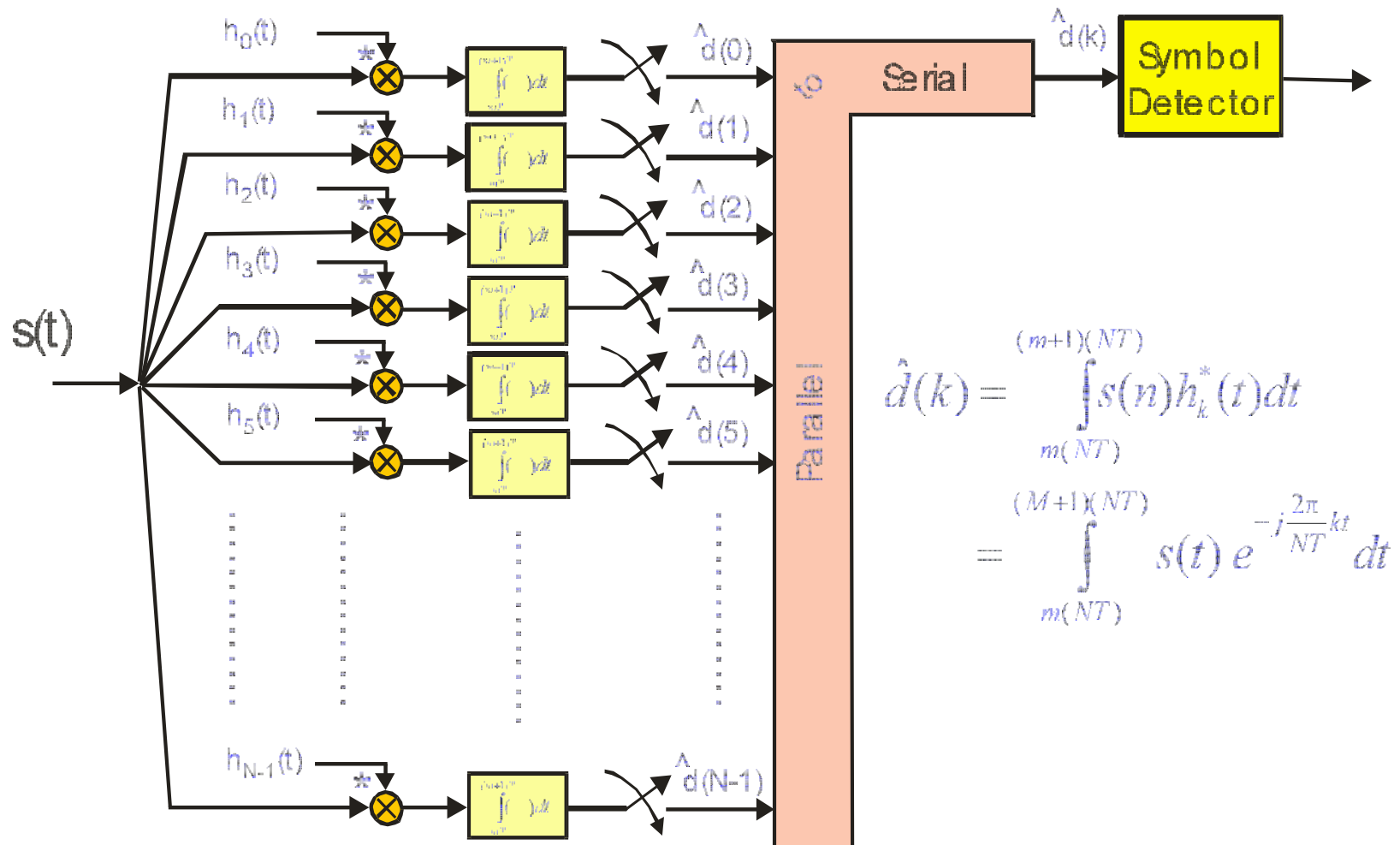


Αφαιρείται Guard Interval.

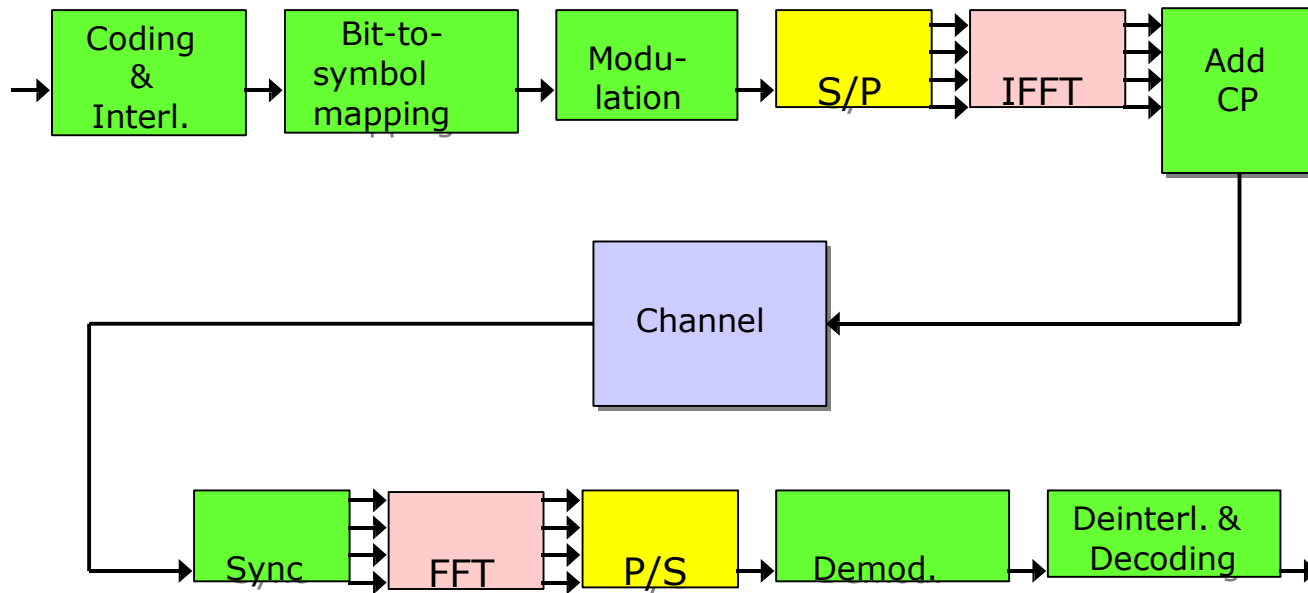
Με τη βοήθεια του FFT, δημιουργεί σήμα συναρτήσεως της συχνότητας.

$$r[n, k] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} d'[n, i] e^{-j2\pi k \frac{i}{N}}$$

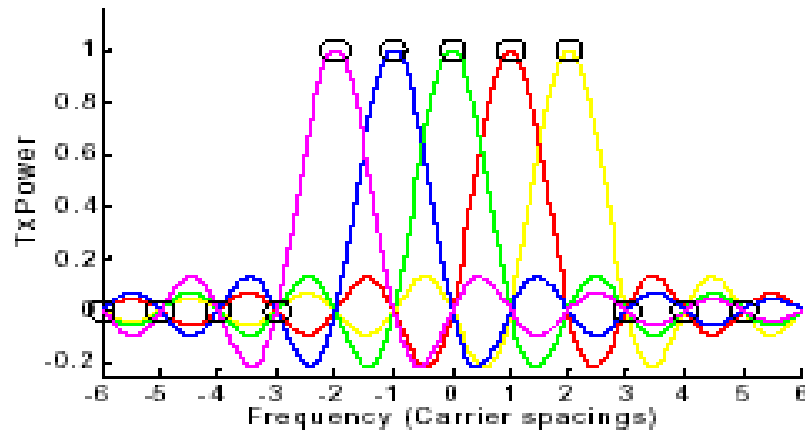
Αποδιαμορφωτής OFDM



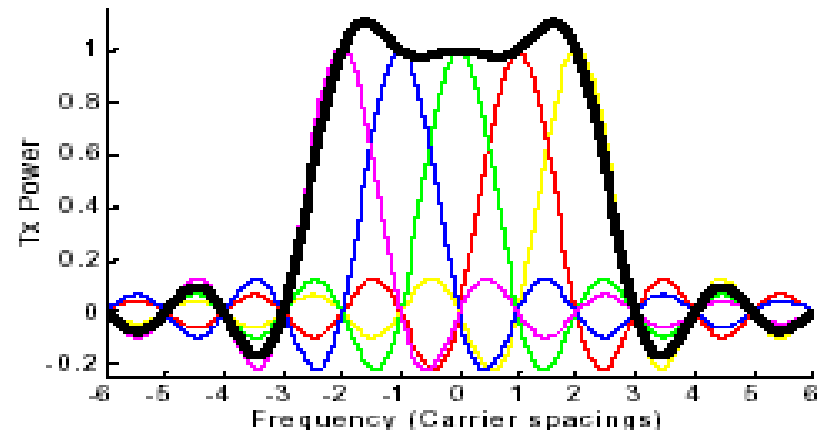
Διάγραμμα Συστήματος OFDM



OFDM Φάσμα (1/2)



(a)



(b)

$$\Delta f \quad B = N \Delta f$$

$$\text{Εύρος Ζώνης} \quad \frac{1}{T_s} = \Delta f$$

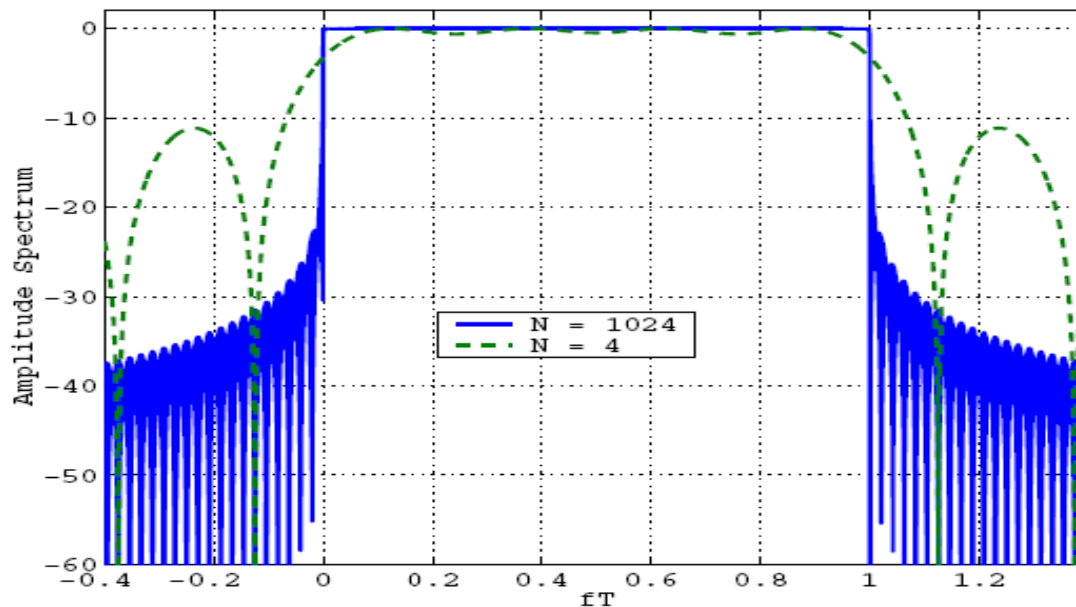
N , αριθμός υποκαναλίων

T_s , διάρκεια συμβόλου κάθε υποκαναλιού

Δf , διαφορά συχνότητας μεταξύ διαδοχικών υποκαναλίων

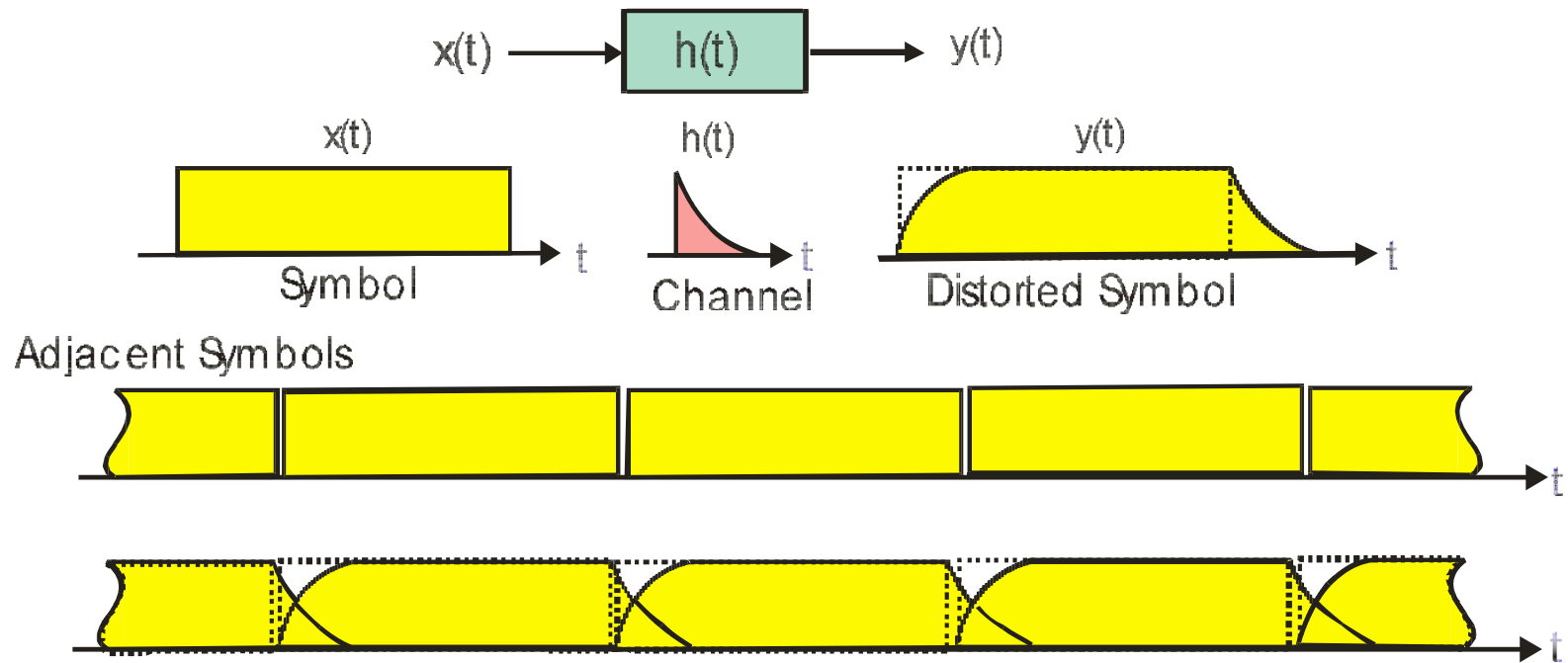
OFDM Φάσμα (2/2)

- Όσο περισσότερα φέροντα έχουμε τόσο πιο απότομη είναι η αύξηση της εξασθένησης του φάσματος έξω από την επιλεγμένη περιοχή.
- Με λίγα φέροντα το φάσμα δεν είναι επίπεδο, στην περιοχή που μας ενδιαφέρει, άρα έχουμε παρεμβολή σημάτων σε γειτονικές συχνότητες.

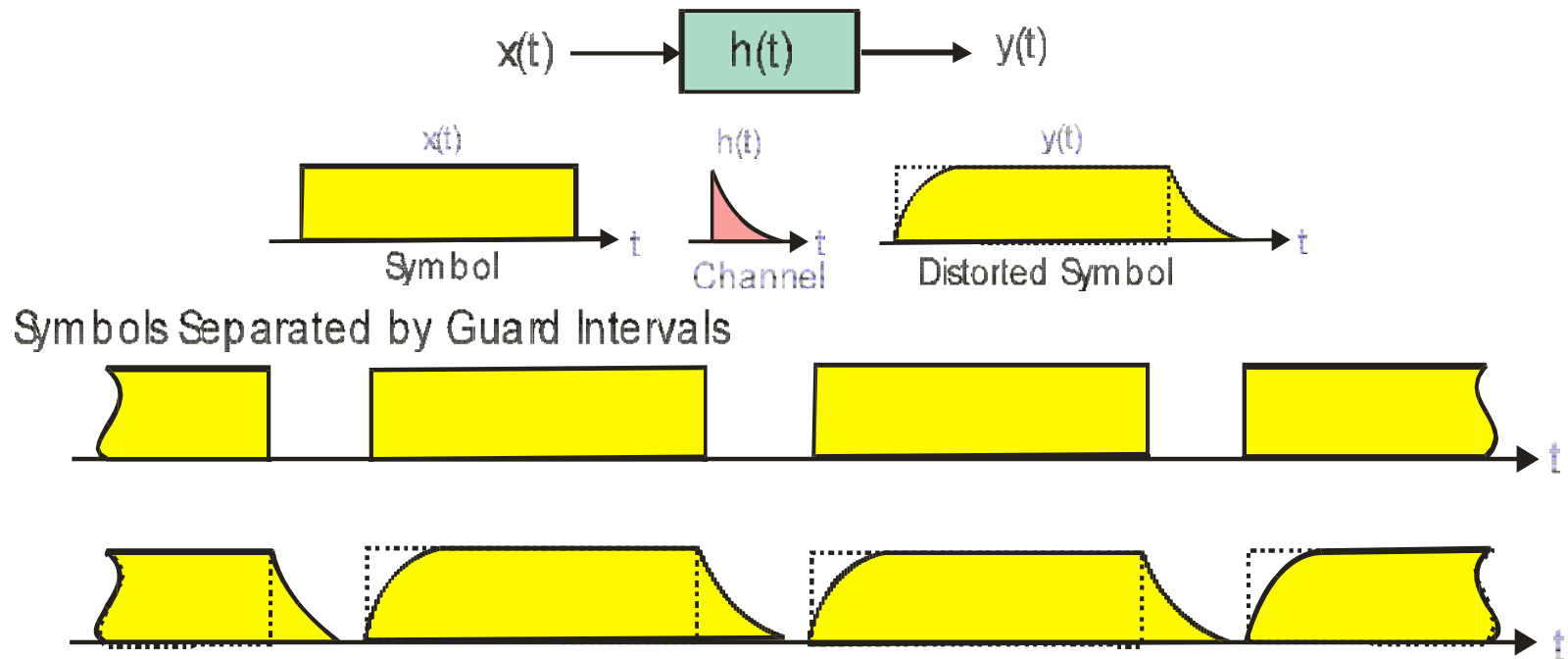


Φάσματα OFDM σημάτων, με 4 και με 1024 υποφέροντα.

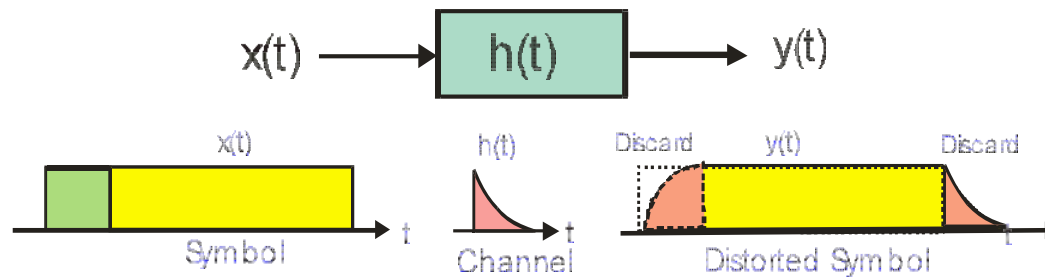
Διασυμβολική Παρεμβολή Λόγω Καναλιού Μετάδοσης



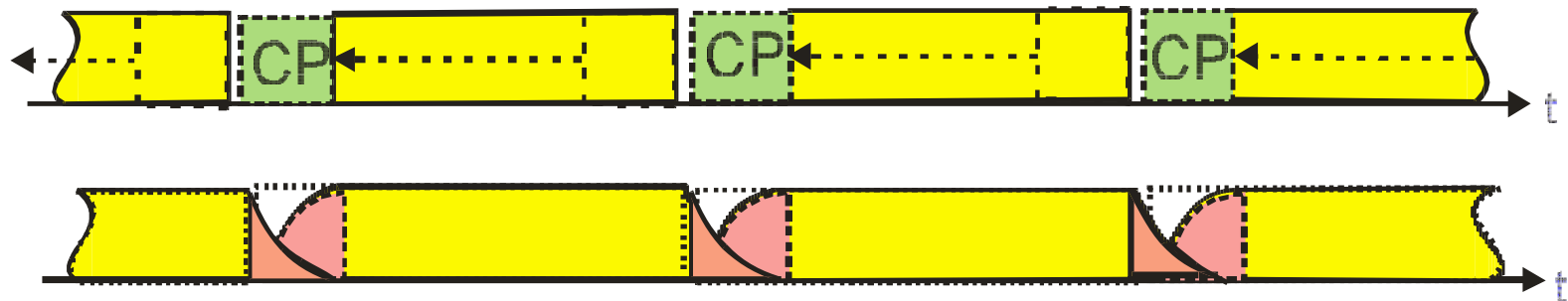
Διάστημα Προστασίας (Guard Interval) για την Αποφυγή της Διασυμβολικής Παρεμβολής



Εισαγωγή Κυκλικού Προθέματος για την Αποφυγή της Διασυμβολικής Παρεμβολής

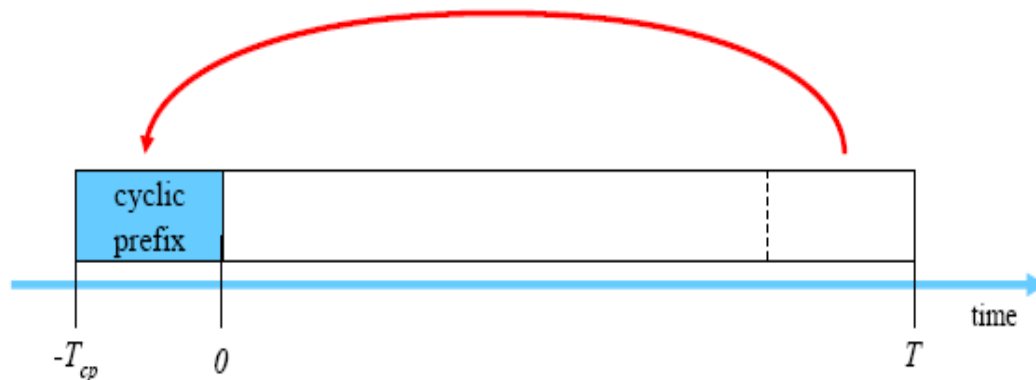


Symbol Guard Intervals Filled With Cyclic Prefix



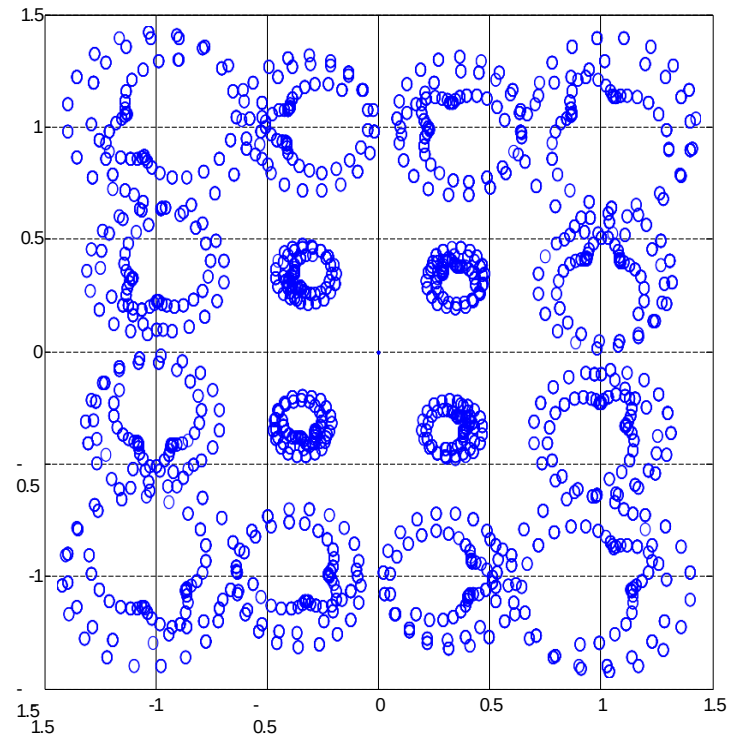
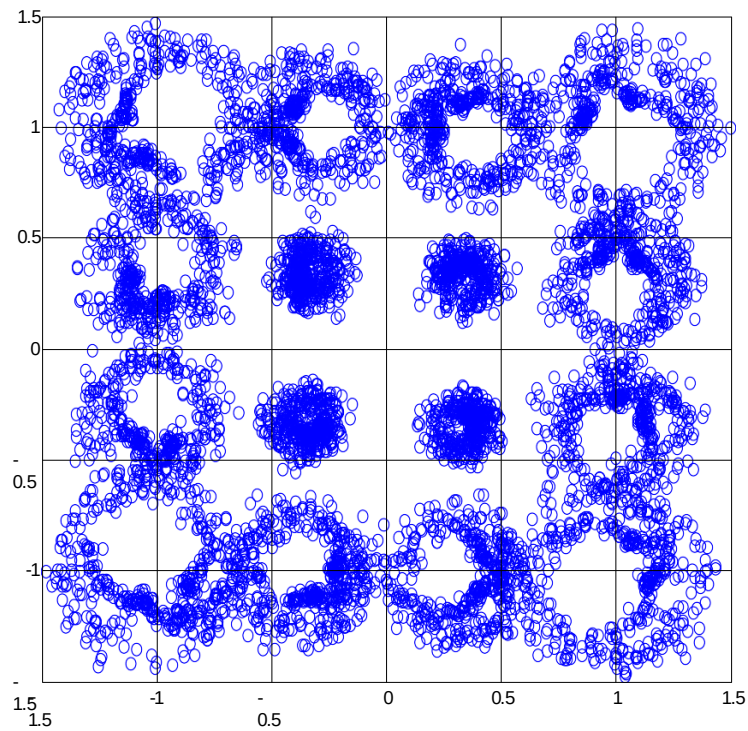
Διάστημα Προστασίας - Guard Interval

- Για να αποβάλουμε σχεδόν πλήρως την ISI, πρέπει για κάθε σύμβολο OFDM να εισάγεται ένα διάστημα προστασίας (**guard interval**). Έτσι εξασφαλίζεται η ορθογωνιότητα και παρεμποδίζεται η παρεμβολή για ISI.
- Το κυκλικό πρόθεμα ουσιαστικά είναι ένα αντίγραφο του τελευταίου μέρους του μεταδιδόμενου συμβόλου, που περιέχει και την επιθυμητή πληροφορία, και το οποίο τοποθετείται στην αρχή του συμβόλου.
- Η χρονική διάρκεια του διαστήματος προστασίας είναι μεγαλύτερη από τη καθυστέρηση διάδοσης του σήματος και μικρότερη ή ίση με $T/4$.

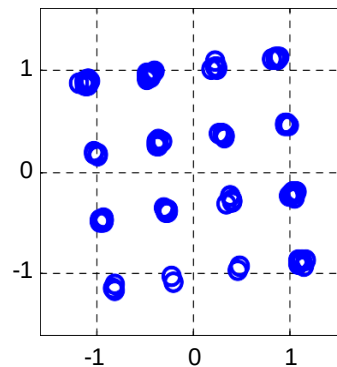
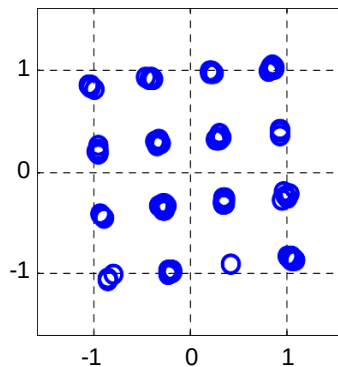
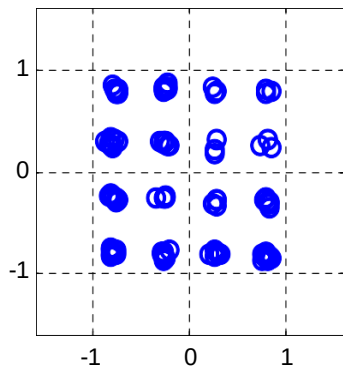
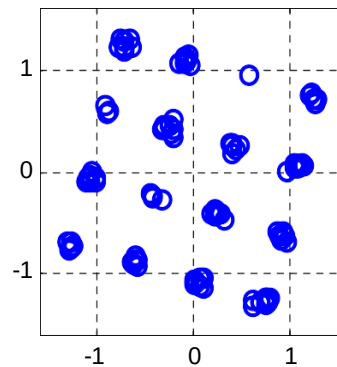
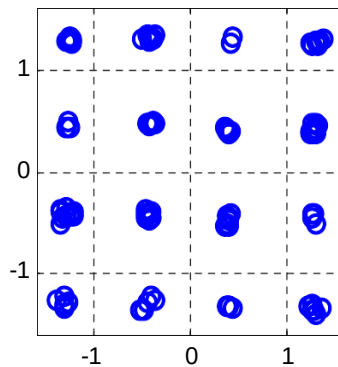
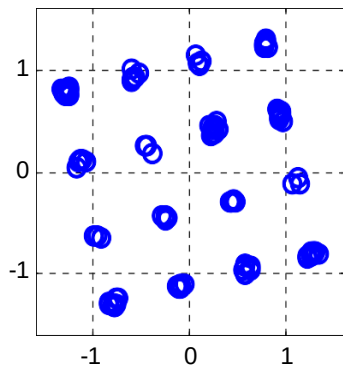


Διαγράμματα Αστερισμού

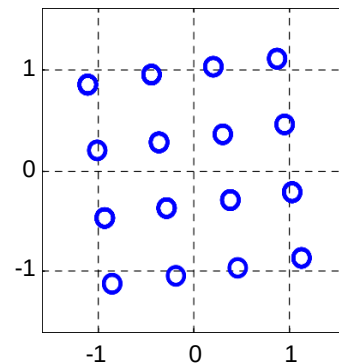
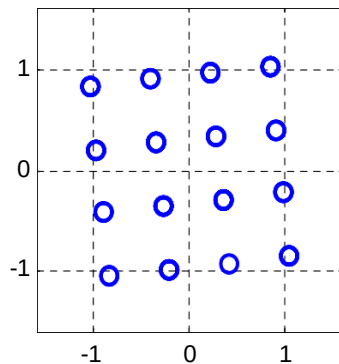
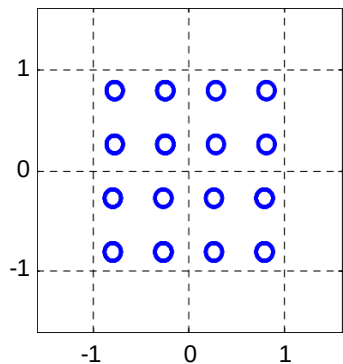
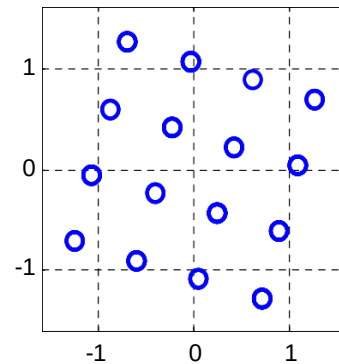
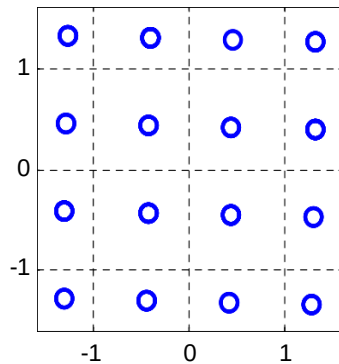
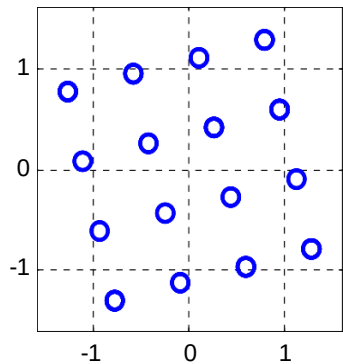
(α) Χωρίς και (β) Με κυκλικό Πρόθεμα



Διαγράμματα Αστερισμού σε Διάφορα Υποφέροντα χωρίς Κυκλικό Πρόθεμα



Διαγράμματα Αστερισμού σε Διάφορα Υποφέροντα με Κυκλικό Πρόθεμα



Φασματική Απόδοση OFDM

$$Q [\text{bits/sec/Hz}] = R / B =$$

- R, ρυθμός μεταφοράς δεδομένων bits/sec
- B, απαιτούμενο εύρος ζώνης
- N, αριθμός υποκαναλιών
- m, πλήθος bits διαμόρφωσης συμβόλου $M=2^m$
- T_s , διάρκεια συμβόλου κάθε υποκαναλιού
- OFDM σύμβολο = $m \cdot N$ bits

$$\frac{\frac{N \log_2 M}{T_s}}{B} = \frac{\frac{N \log_2 M}{T_s}}{N \Delta f} = \frac{\frac{N \log_2 M}{T_s}}{\frac{N}{T_s}} = \log_2 M = m \quad [\text{bits / sec / Hz}]$$

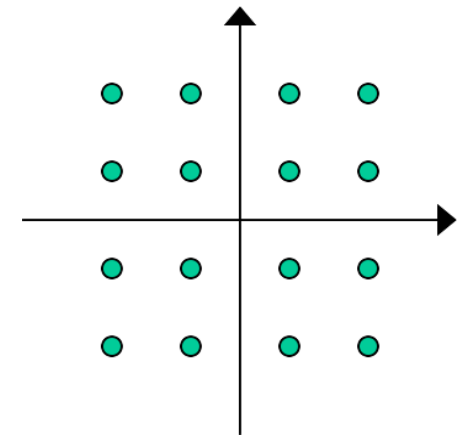
Διαμόρφωση Υποφερόντων (IEEE 802.11 a & g)

Modulation	Bit rate
BPSK	6 Mbit/s
BPSK	9 Mbit/s
QPSK	12 Mbit/s
QPSK	18 Mbit/s
16-QAM	24 Mbit/s
16-QAM	36 Mbit/s
64-QAM	48 Mbit/s
64-QAM	54 Mbit/s

BPSK = Binary Phase Shift Keying (PSK)

QPSK = Quaternary PSK

QAM = Quadrature Amplitude Modulation



16-QAM

Υπολογισμός Ρυθμού Μετάδοσης OFDM

Symbol duration = 4 μ s

Data-carrying subcarriers = 48 Bits /

subchannel = 6 (64-QAM) Bits / OFDM

symbol = 6 x 48 = 288

Channel coding: number reduced to $3/4 \times 288$
= 216 bits/symbol

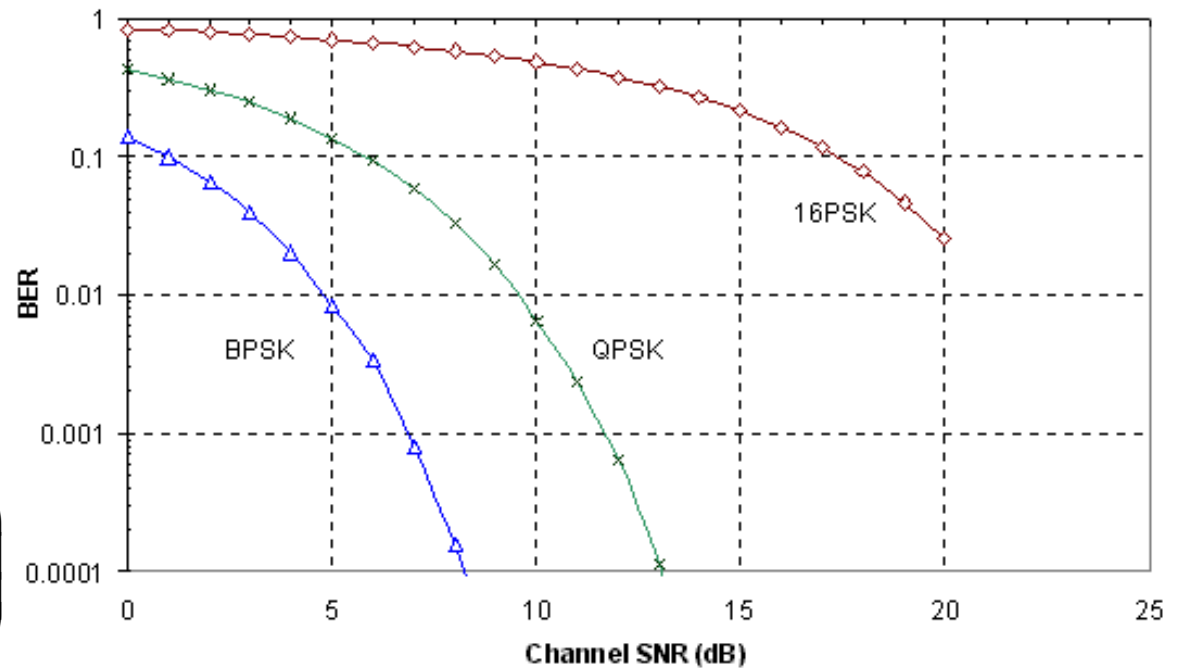
=> Bit rate = 216 bits / 4 μ s = 54 Mbit/s

BER $\mu\epsilon$ OFDM MPSK

$$P_{BSK} = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

$$P_{QPSK} = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{(2^{\sqrt{N}} - 1) \cdot E_b}{2^{\sqrt{N}-1} \cdot N_0}} \right)$$

BER versus Channel Signal to Noise Ratio
for OFDM



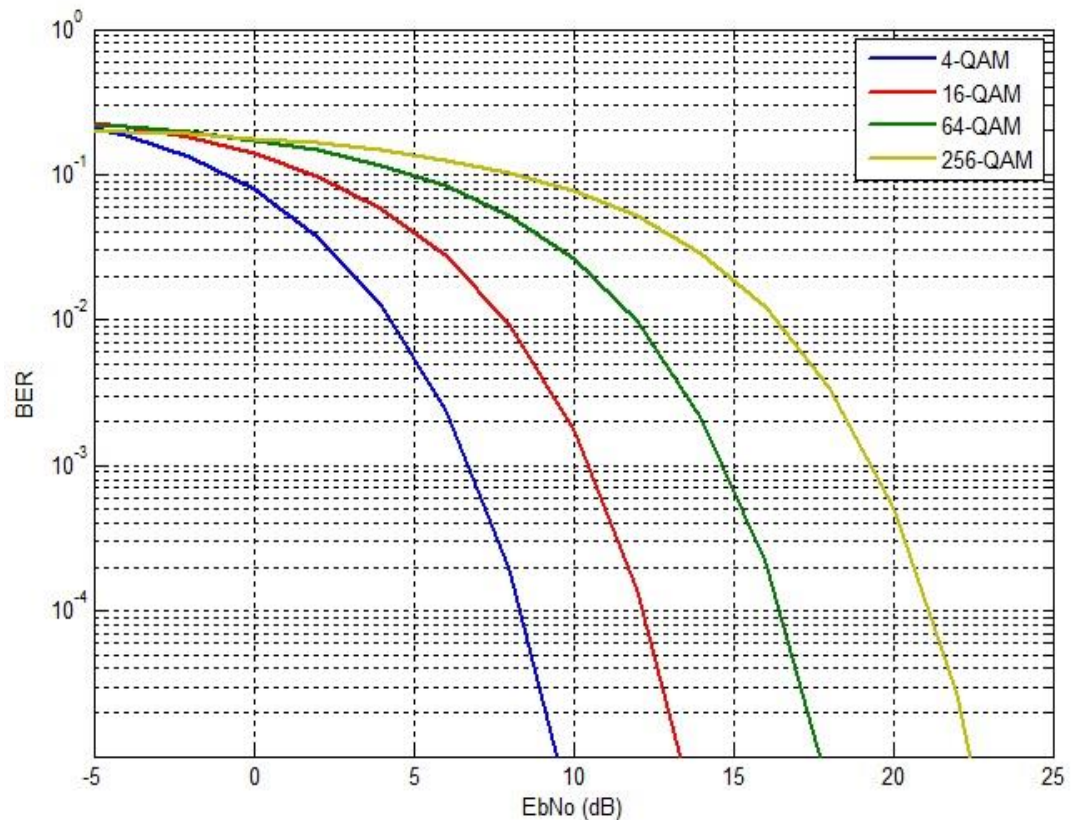
$$P = \frac{\sqrt{M} - 1}{\sqrt{M} \cdot \log_2 \sqrt{M}} \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{(2^{\sqrt{N}} - 1) \cdot 3 \cdot \log_2 M \cdot E_b}{2^{\sqrt{N}-1} \cdot 2 \cdot (M - 1) \cdot N_0}} \right)$$

M=16, 64, 256,...

BER $\mu\epsilon$ OFDM-MQAM

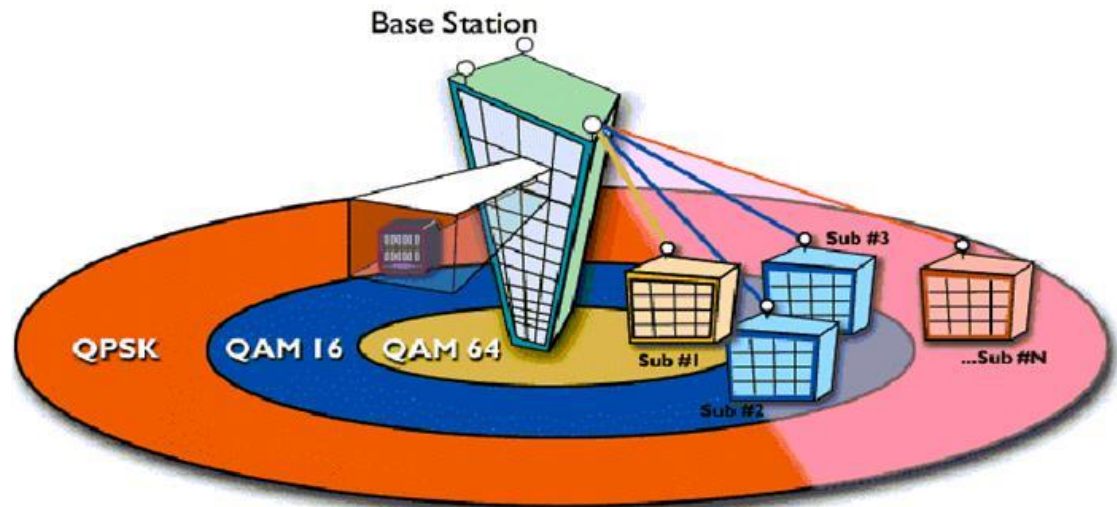
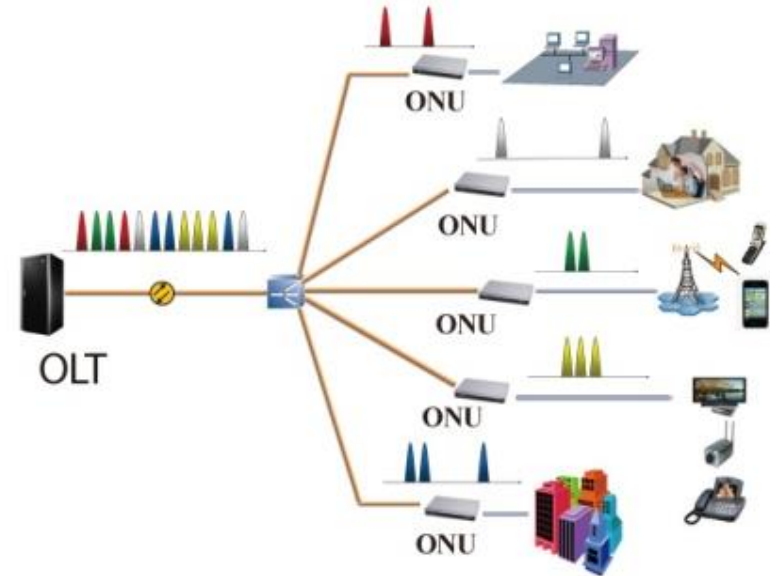
$$P = \frac{2 \cdot (M - 1)}{M \cdot \log_2 M} \cdot Q \left(\sqrt{\frac{6 \cdot E_b}{N_0} \cdot \frac{\log_2 M}{M^2 - 1}} \right)$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$$



Εφαρμογές OFDM

- ADSL modems
- DVA & DVB
- UMTS
- Wifi(801.11 a/g/ac)
- Δίκτυα Κινητής Τηλεφωνίας
4^{ης} γενιάς WiMAX & LTE



Εφαρμογές OFDM

- IEEE 802.11a&g (WLAN) systems
- IEEE 802.16a (WiMAX) systems
- ADSL (DMT = Discrete MultiTone) systems
- DAB (Digital Audio Broadcasting)
- DVB-T (Digital Video Broadcasting)

Η τεχνική OFDM is φασματικά αποδοτικό, αλλά όχι από άποψη ισχύος (απαιτεί γραμμικό ενισχυτή).

Η OFDMA είναι μια τεχνική πολλαπλής πρόσβασης στο μέσο που βασίζεται στο OFDM.

Παραλλαγές

- COFDM (Coded OFDM)
- Flash OFDM
- OFDMA(Orthogonal Frequency Division Multiple Access)
- VOFDM(Vector OFDM)
- WOFDM(Wideband OFDM)

Πλεονεκτήματα

- Πετυχαίνει αποτελεσματική χρησιμοποίηση του εύρους ζώνης.
- Ανθεκτική στην εξασθένιση συχνότητας.
- Εξουδετερώνει τη ISI.
- Η εξισορρόπηση του καναλιού γίνεται απλούστερη από άλλες τεχνικές που χρησιμοποιούν κυκλώματα εξισορροποιητών (equalizers).
- Χρησιμοποιώντας τεχνικές FFT γίνεται πιο αποτελεσματική.
- Καλή προστασία στις παρεμβολές μεταξύ των καναλιών.
- Οι διαδικασίες για τη διατήρηση της ορθογωνιότητας είναι πιο εύκολα υλοποιήσιμες από άλλες διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα σε τεχνικές όπως CDMA, TDMA.
- Εφαρμογή σε υψηλές απαιτήσεις για ταχύτητα με αρκετά χαμηλό κόστος συντήρησης και λειτουργίας.

Μειονεκτήματα

- Είναι περισσότερο ευαίσθητη στην αντιστάθμιση συχνότητας φέροντος και στην ολίσθηση συχνότητας, σε σχέση με τα συστήματα που χρησιμοποιούν ένα μόνο φέρον, εξ' αιτίας της διαρροής ενέργειας με το DFT.
- Στα σήματα OFDM προστίθεται θόρυβος που εξαρτάται από το πλάτος των σημάτων και για το λόγο αυτό απαιτεί την ύπαρξη RF ενισχυτών ισχύος με μεγάλο λόγο πλάτους ισχύος προς μέσης τιμής.

Άσκηση 1

Ένα σύστημα OFDM με 2048 φέροντα χρησιμοποιείται για ασύρματη μετάδοση. Το διάστημα μεταξύ δυο φερόντων είναι 250 Hz και το διάστημα προστασίας έχει διάρκεια 2ms. Σε κάθε φέρον χρησιμοποιείται διαμόρφωση BPSK.

- a) Βρείτε το εύρος ζώνης και τον ρυθμό μετάδοσης του συστήματος
- b) Αν το σήμα OFDM δημιουργείται με την βοήθεια ενός IDFT μήκους 4096 βρείτε την συχνότητα δειγματοληψίας του εξερχόμενου σήματος και τον αριθμό των δειγμάτων που «πέφτουν» μέσα στο διάστημα προστασίας
- c) Η ενέργεια που απαιτείται στην ζώνη διάβασης για ένα σύμβολο OFDM στον πομπό είναι $E_{\text{OFDM}} = 1.4 \text{ Ws}$. Στο σήμα προστίθεται λευκός Γκαουσιανός θόρυβος ισχύος $N_0/2 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ Ws}$. Βρείτε τον λόγο E_b/N_0 σε dB. Βρείτε το ρυθμό εσφαλμένης μετάδοσης του συστήματος.

Λύση

a) Kernel symbol length: $T_s = \frac{1}{\Delta f} = 4 \text{ ms}$

Bandwidth: $B = N \cdot \Delta f = 512 \text{ kHz}$

Data rate: $R = \frac{\log_2(M) \cdot N}{T_s + T_g} = \frac{N}{T} = \frac{2048}{6 \text{ ms}} = 341 \text{ kBit/s}$

b) FFT length: $N_f = 4096$

N_f samples account for the interval with the length of T_s since exactly 1 FFT is used for the generation of the kernel symbol.

Sample rate: $f_A = \frac{N_f}{T_s} = 1024 \text{ kHz}$

Samples within guard interval: $N_g = \frac{N_f \cdot T_s}{T_g} = 2048$

Λύση

c)

$$N_0 = 2 \cdot \frac{N_0}{2} = 1.2 \cdot 10^{-4} W_s$$

$$E_b = \frac{E_{OFDM}}{\log_2(M) \cdot N} = \frac{1.4 W_s}{2048} = 6.836 \cdot 10^{-4} W_s$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{6.836 \cdot 10^{-4} W_s}{1.2 \cdot 10^{-4} W_s} = 5.7 \approx 7.55 \text{ dB}$$

$$\gamma_g^2 = \left(1 - \frac{T_g}{T_g + T_s}\right) = \frac{2}{3}$$

$$P_b = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0} \cdot \gamma_g^2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \text{erfc} (1.9488)$$

$$= 3 \cdot 10^{-3}$$

Λύση

Transmitter power:

$$P = \frac{E_{OFDM}}{T_s + T_g} = \frac{1.4Ws}{6ms} = 233.3W$$

Άσκηση 2

Ένα ασύρματο OFDM σύστημα χρησιμοποιείται για μετάδοση με ρυθμό 32 Mbit/s. Το μέγιστο μήκος της κρουστικής απόκρισης του καναλιού είναι 800 ns.

- a) Υπολογίστε την απόσταση των φερόντων αν το διάστημα προστασίας είναι το 20% της συνολικής διάρκειας συμβόλου.
- b) Υπολογίστε την απώλεια σε SNR λόγω της εισαγωγής του διαστήματος προστασίας.
- c) Το εύρος ζώνης του καναλιού είναι 20MHz. Από πόσα φέροντα αποτελείται το μεταδιδόμενο σήμα
- d) Από τις διαμορφώσεις BPSK, QPSK, 8PSK, 16QAM, and 64QAM διαλέξτε αυτή που επιτυγχάνει τον απαιτούμενο ρυθμό μετάδοσης.

Λύση

a)

$$T_G = \tau_c = 0,8 \mu s \rightarrow T_G = 20\%$$

$$T = \frac{100}{20} \cdot 0,8 \mu s = 4 \mu s \rightarrow T_S = T - T_G = 4 \mu s - 0,8 \mu s = 3,2 \mu s$$

$$\Delta f = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{3,2 \cdot 10^{-6} \mu s} = 312,5 kHz$$

b)

$$\frac{S}{N} = 1 - \frac{T_G}{T} = 1 - \frac{0,8}{4} = 1 - 0,2 = 0,8 = -0.96 dB \approx -1 dB$$

Λύση

c)

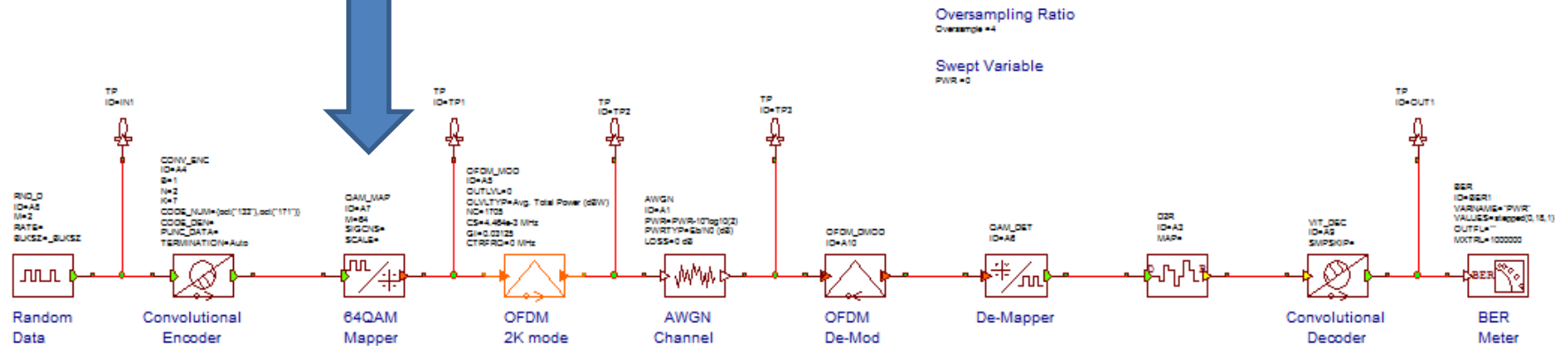
$$\frac{B}{\Delta f} = \frac{20 \cdot 10^6}{312,5 \cdot 10^3} = 64$$

d)

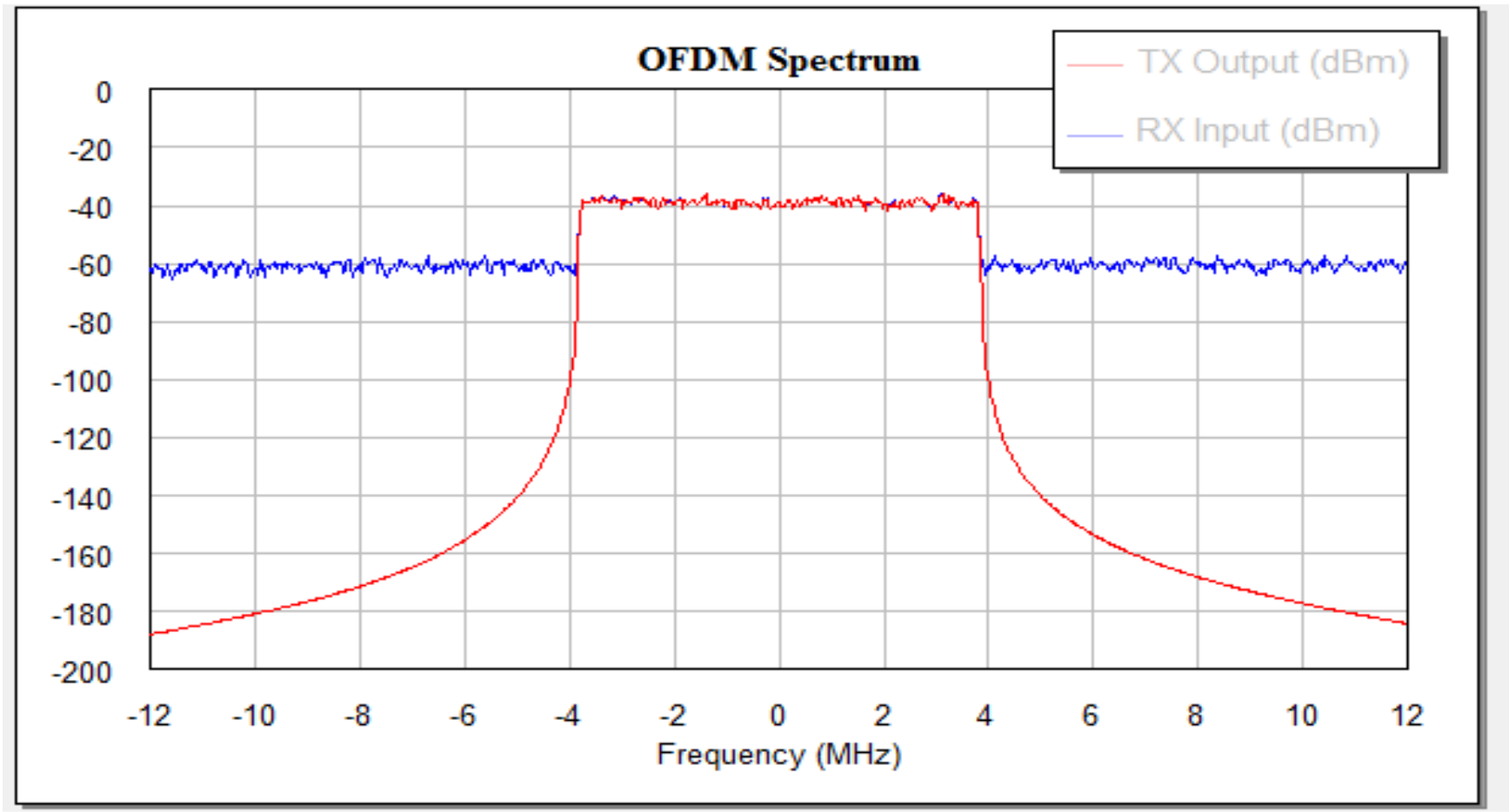
$$\text{ld}(M) = \frac{R \cdot T}{N} = \frac{32 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{64} = 2 \rightarrow \text{QPSK}$$

Προσομοίωση στο AWR

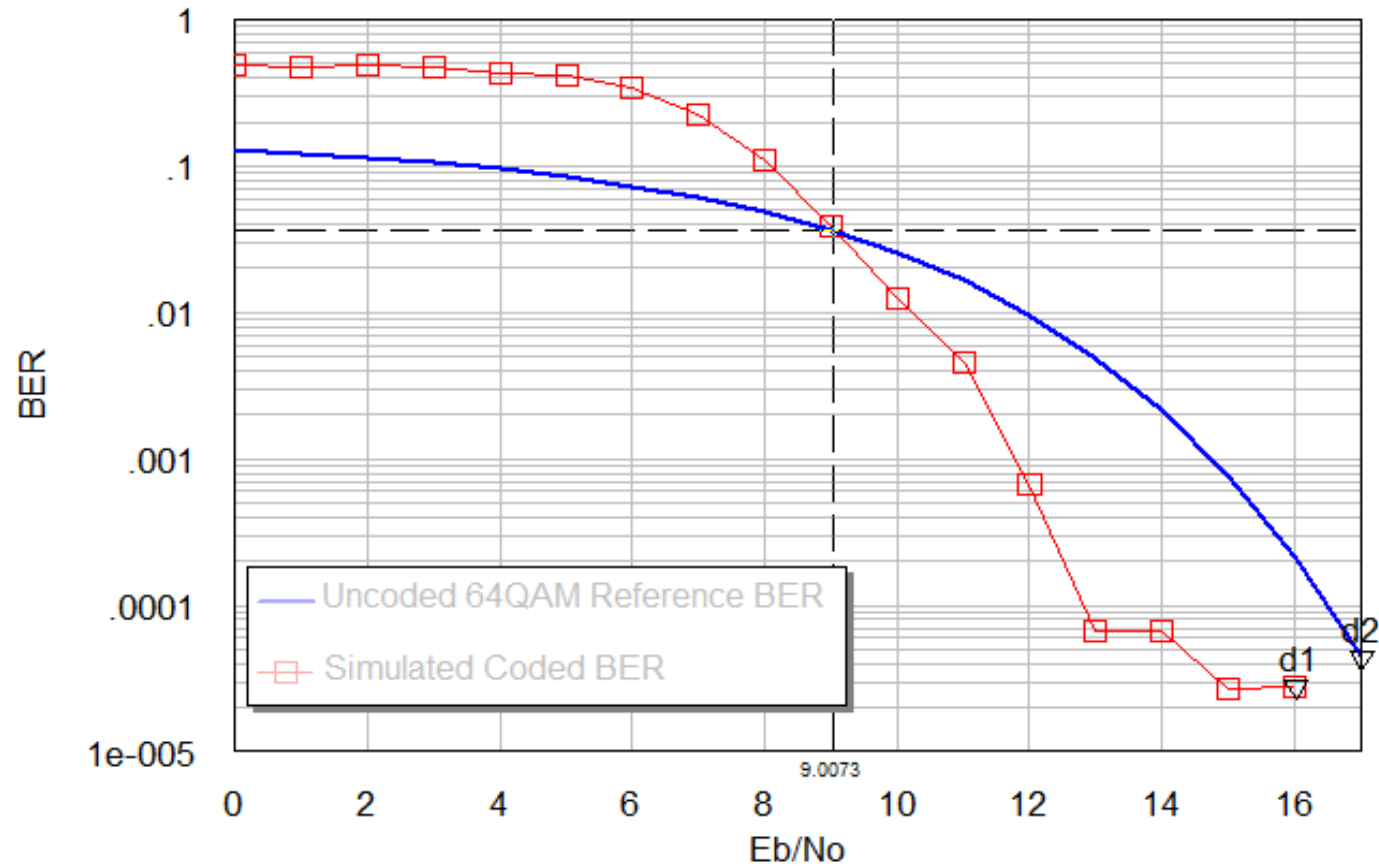
Αλλαγή



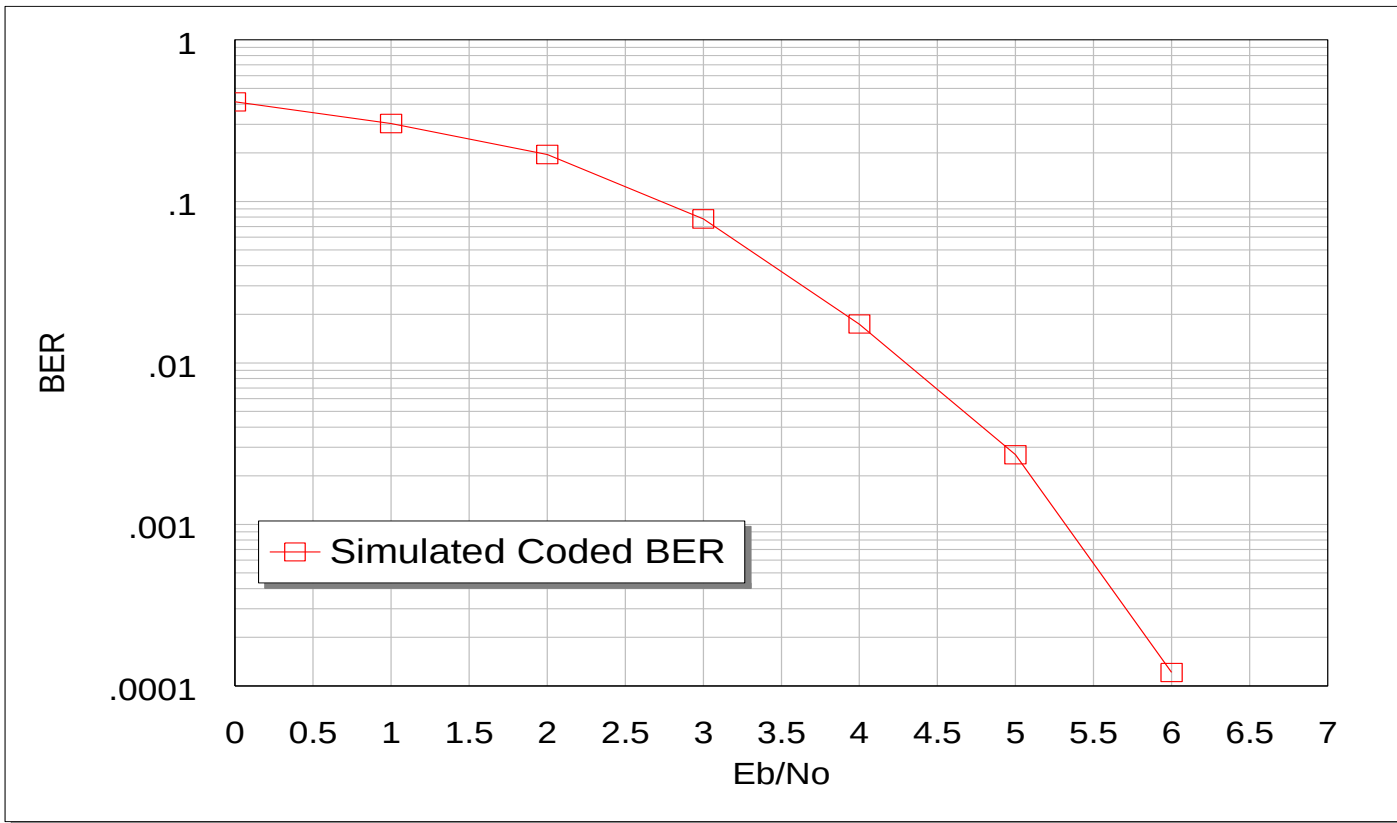
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 64QAM(1/2)



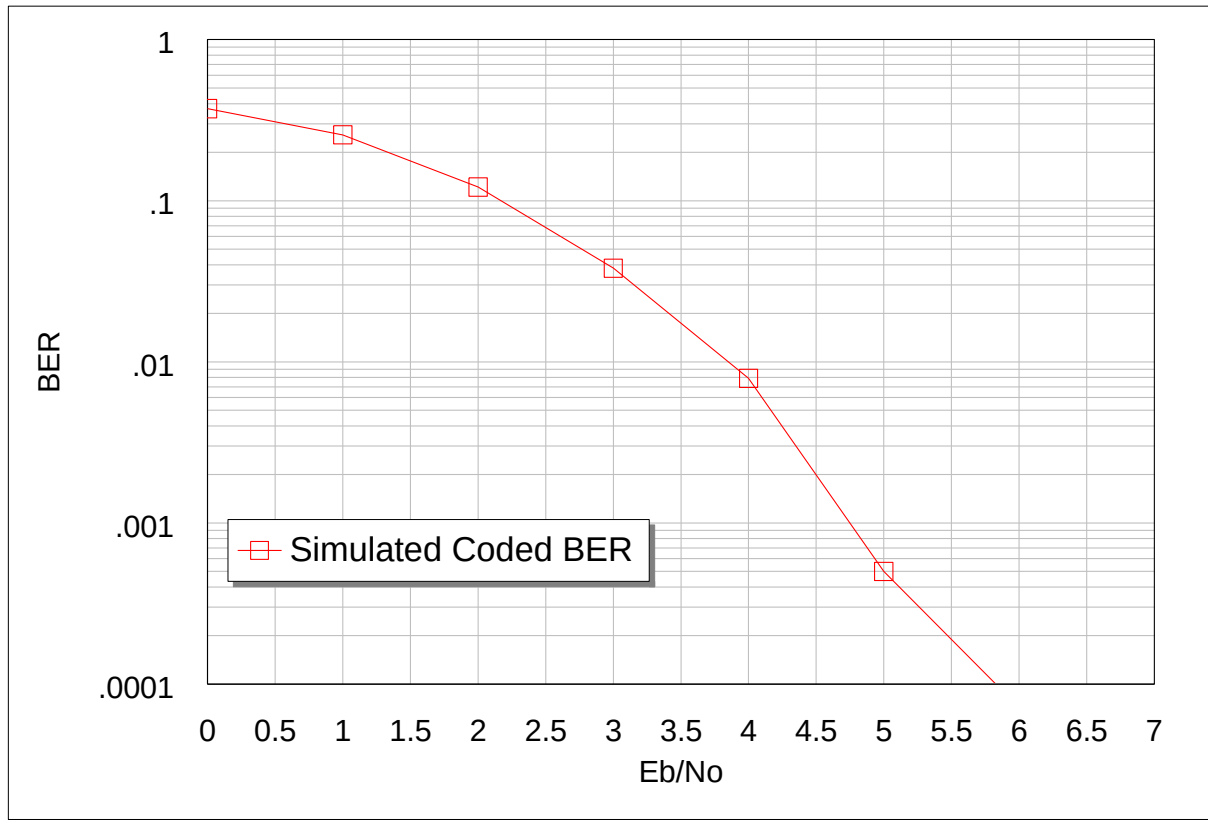
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 64QAM(2/2)



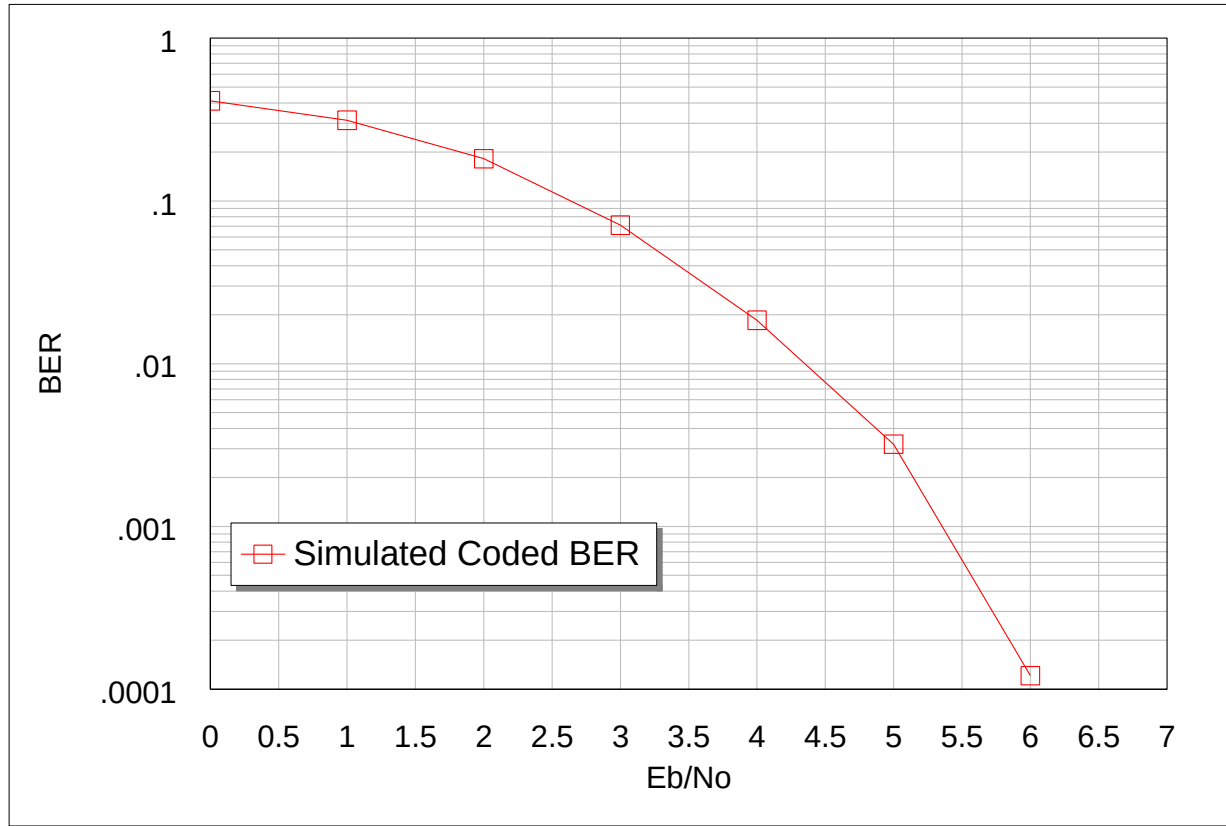
Αποτελέσματα Μετρήσεων για QPSK με Loss 0.5 dB



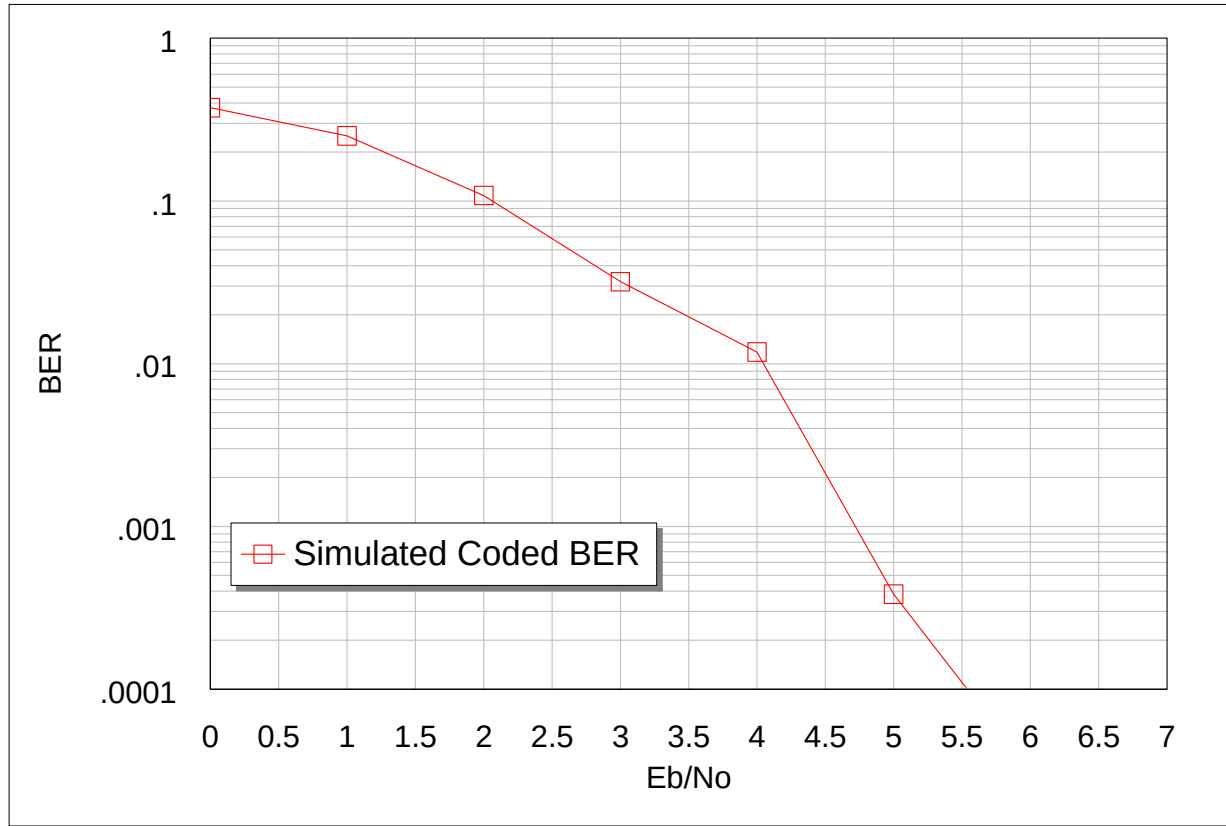
Αποτελέσματα Μετρήσεων για QPSK με Loss 0.5 dB



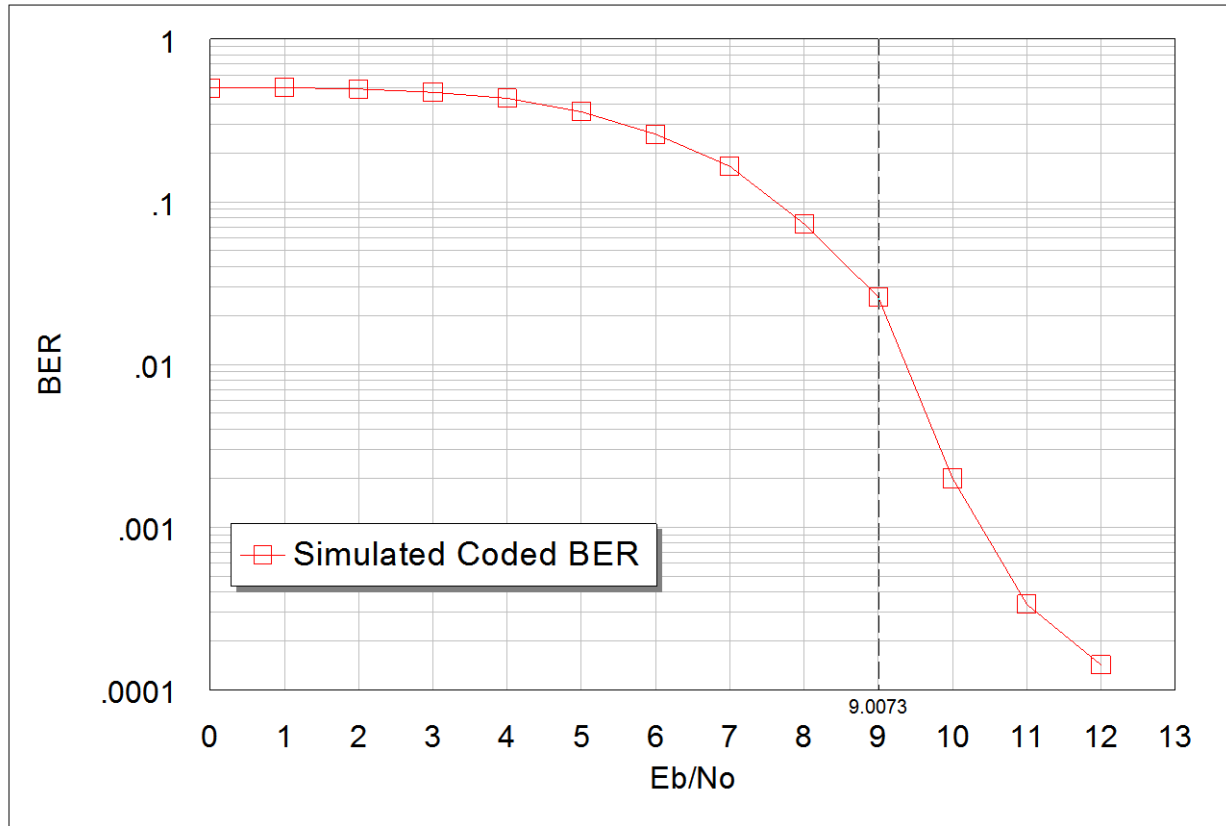
Αποτελέσματα Μετρήσεων για BPSK με Loss 0.5 dB



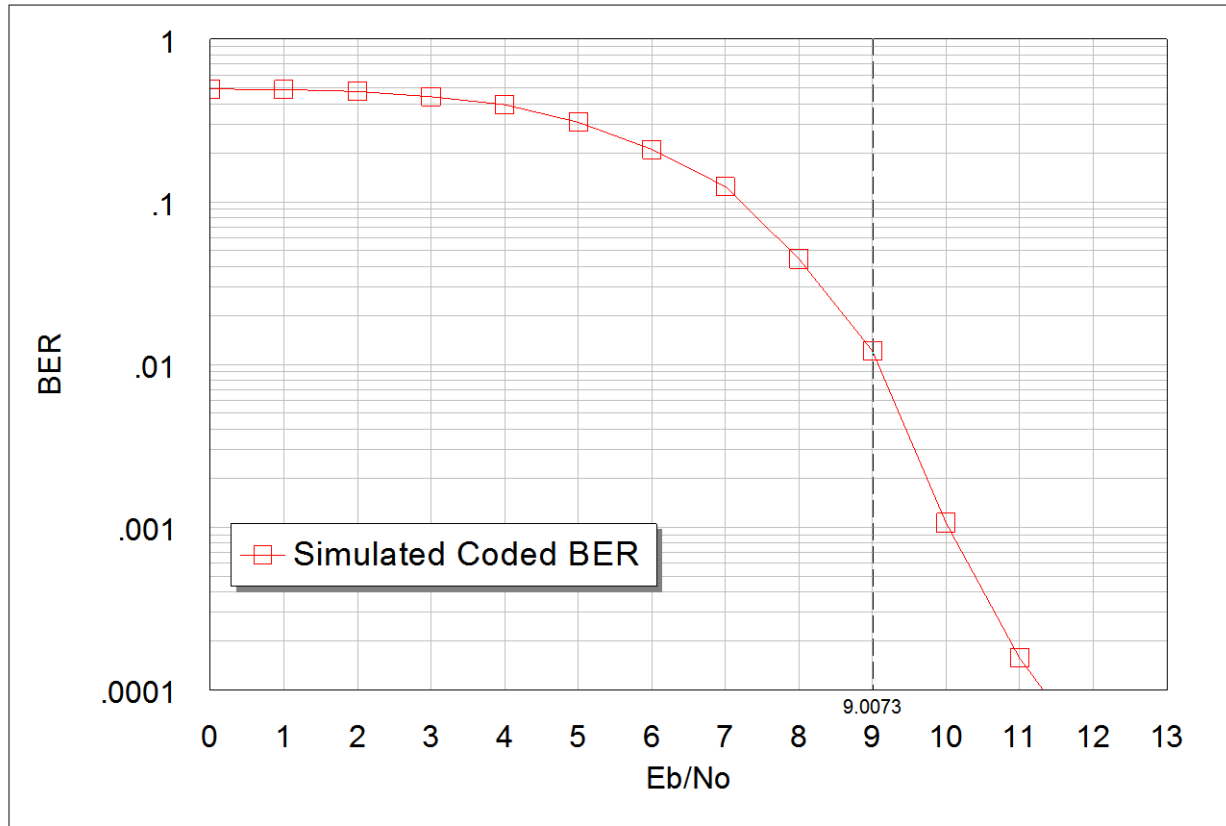
Αποτελέσματα Μετρήσεων για QPSK με Loss 0 dB



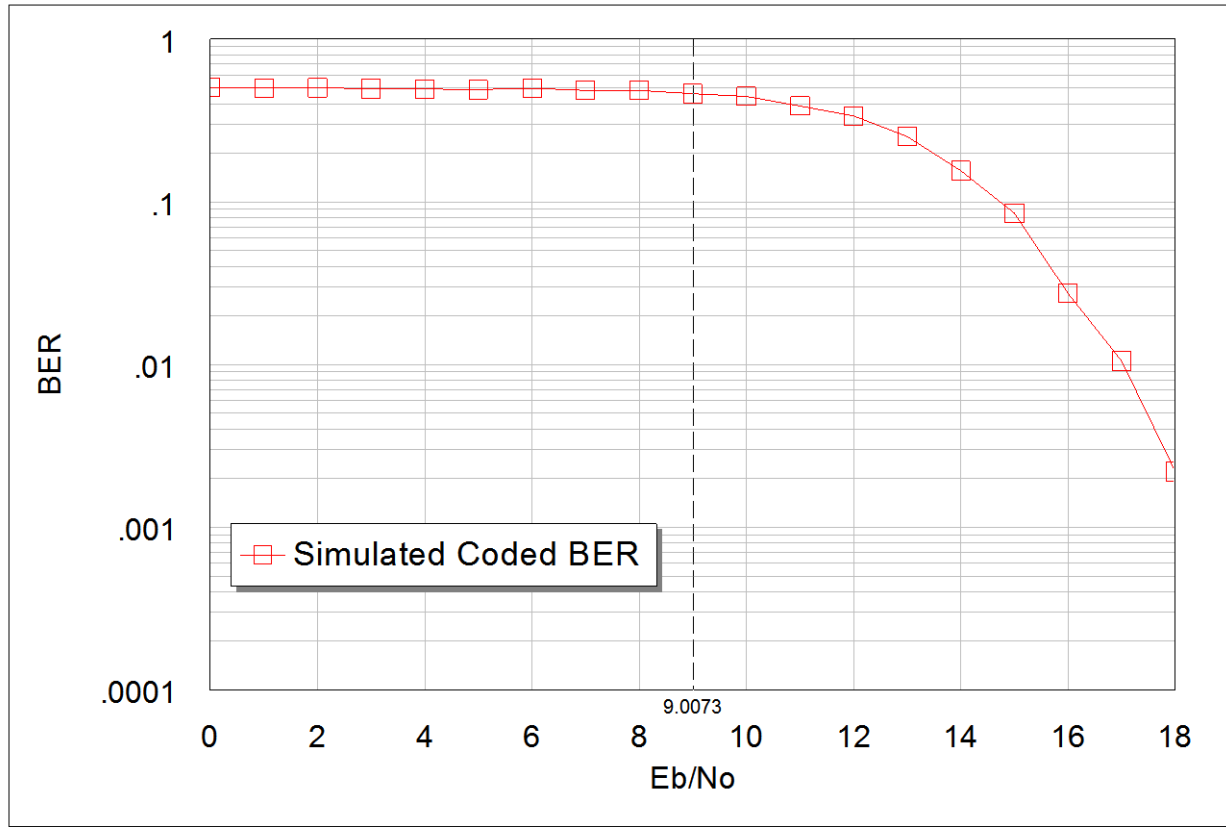
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 16PSK με Loss 0.5 dB



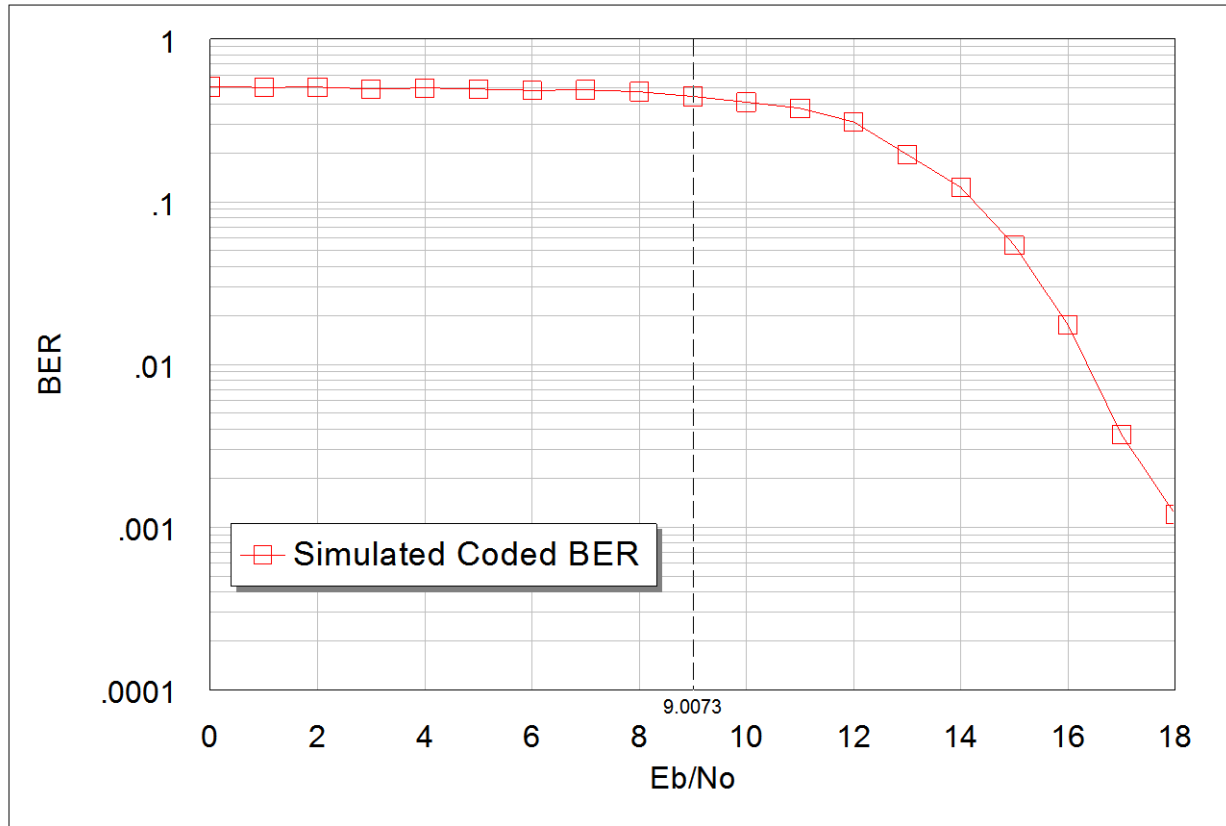
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 16PSK με Loss 0 dB



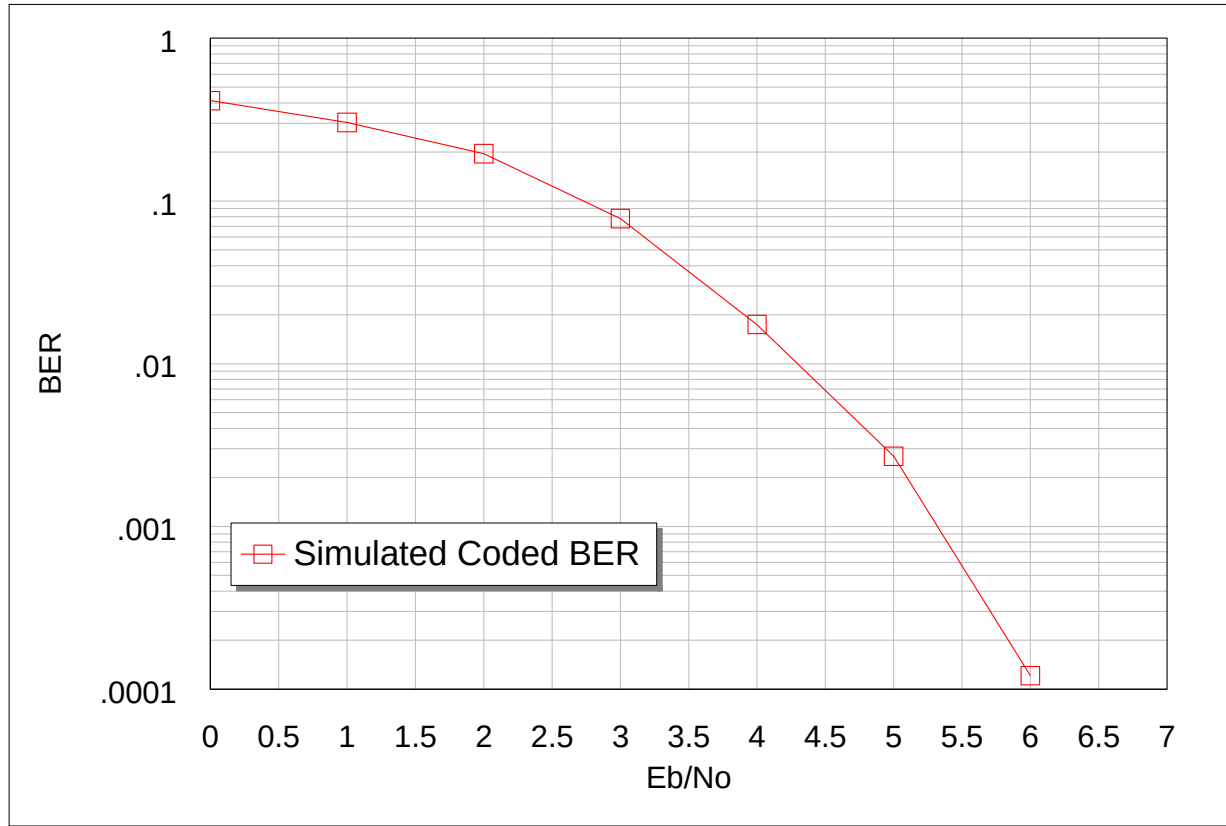
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 64PSK με Loss 0.5 dB



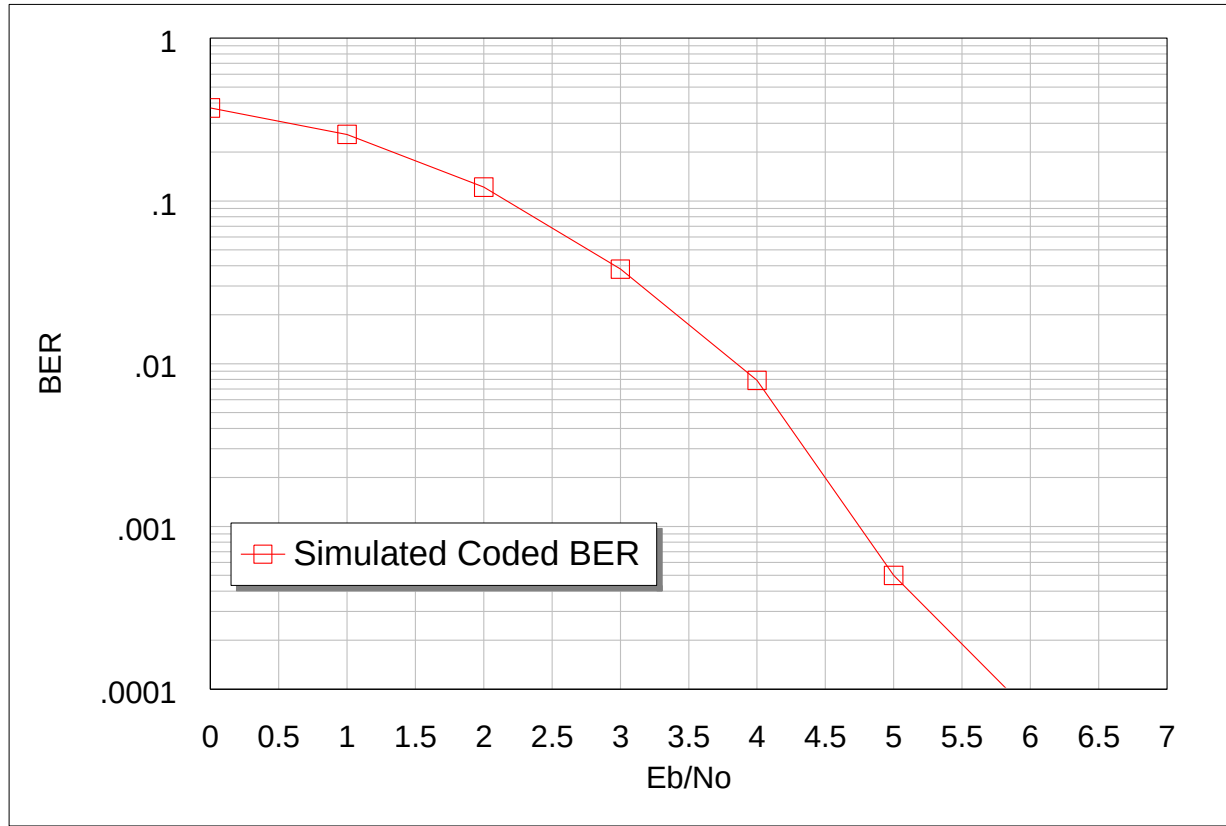
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 64PSK με Loss 0 dB



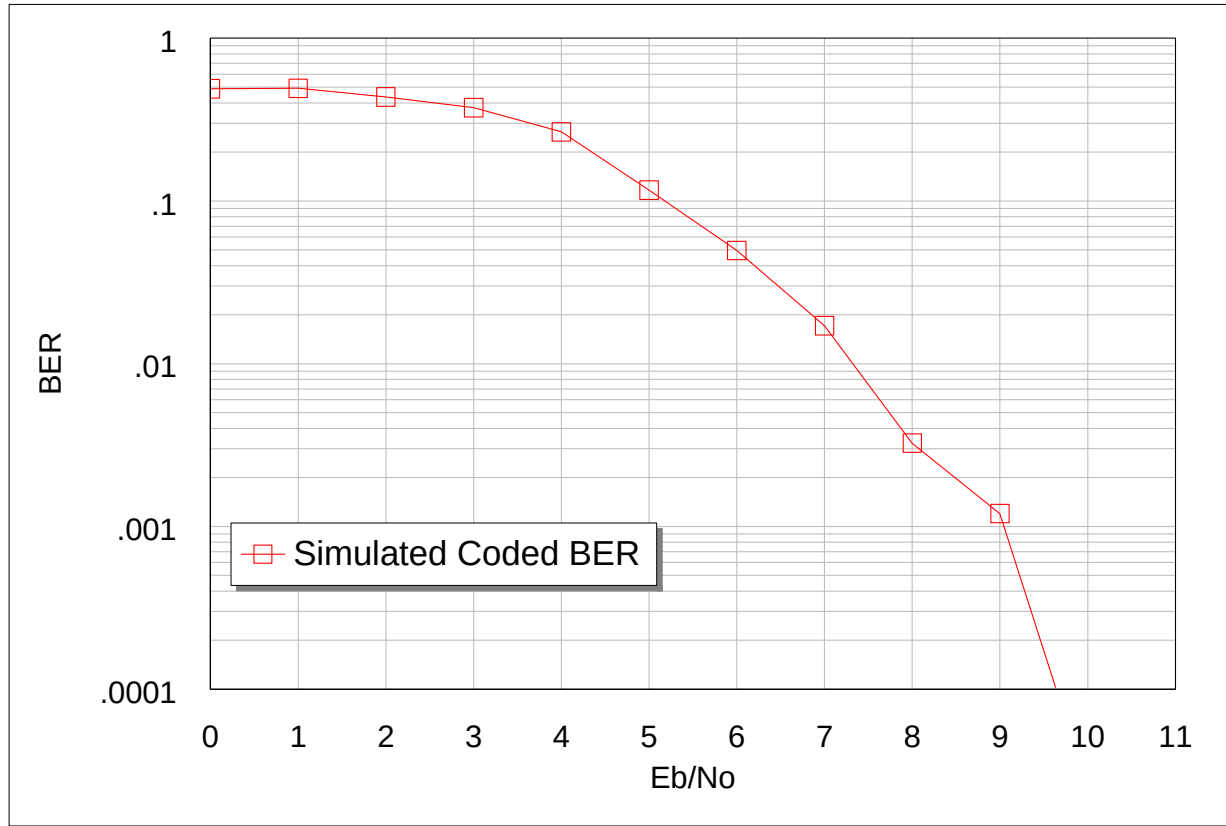
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 4QAM με Loss 0.5 dB



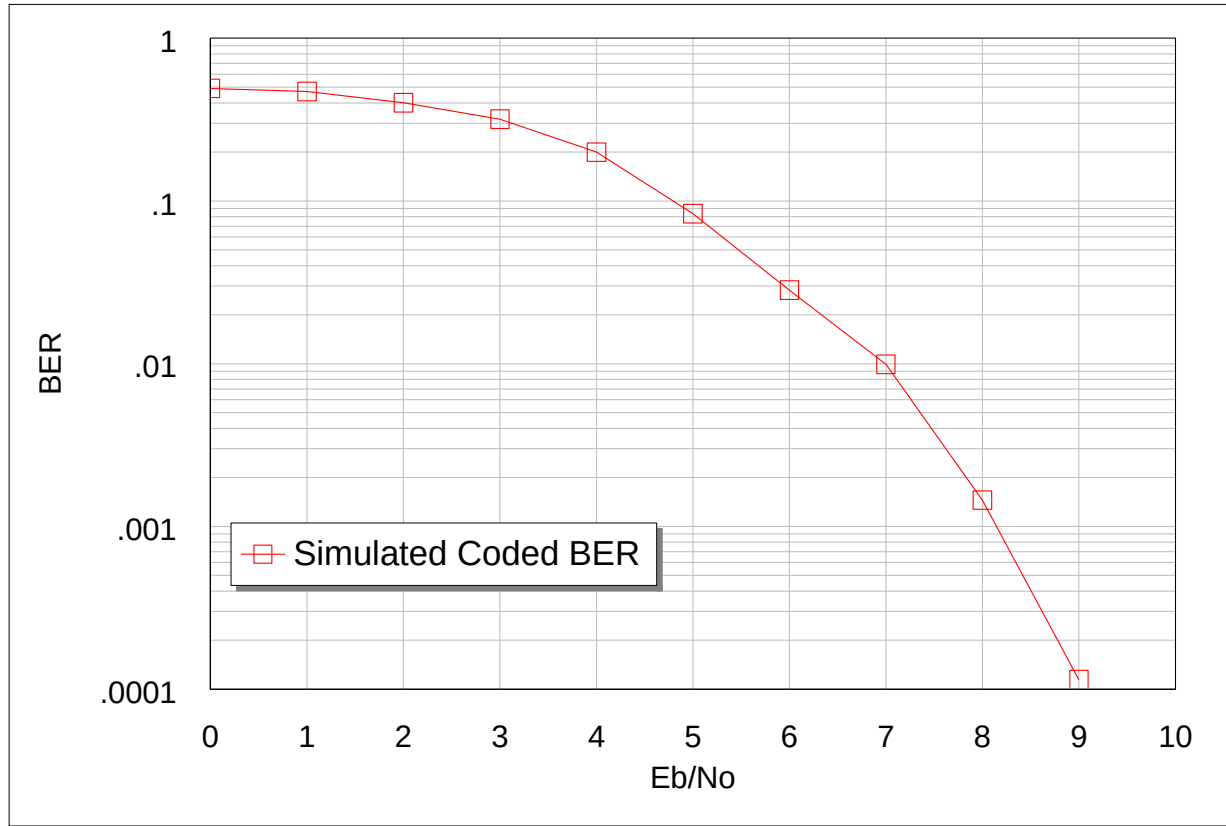
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 4QAM με Loss 0 dB



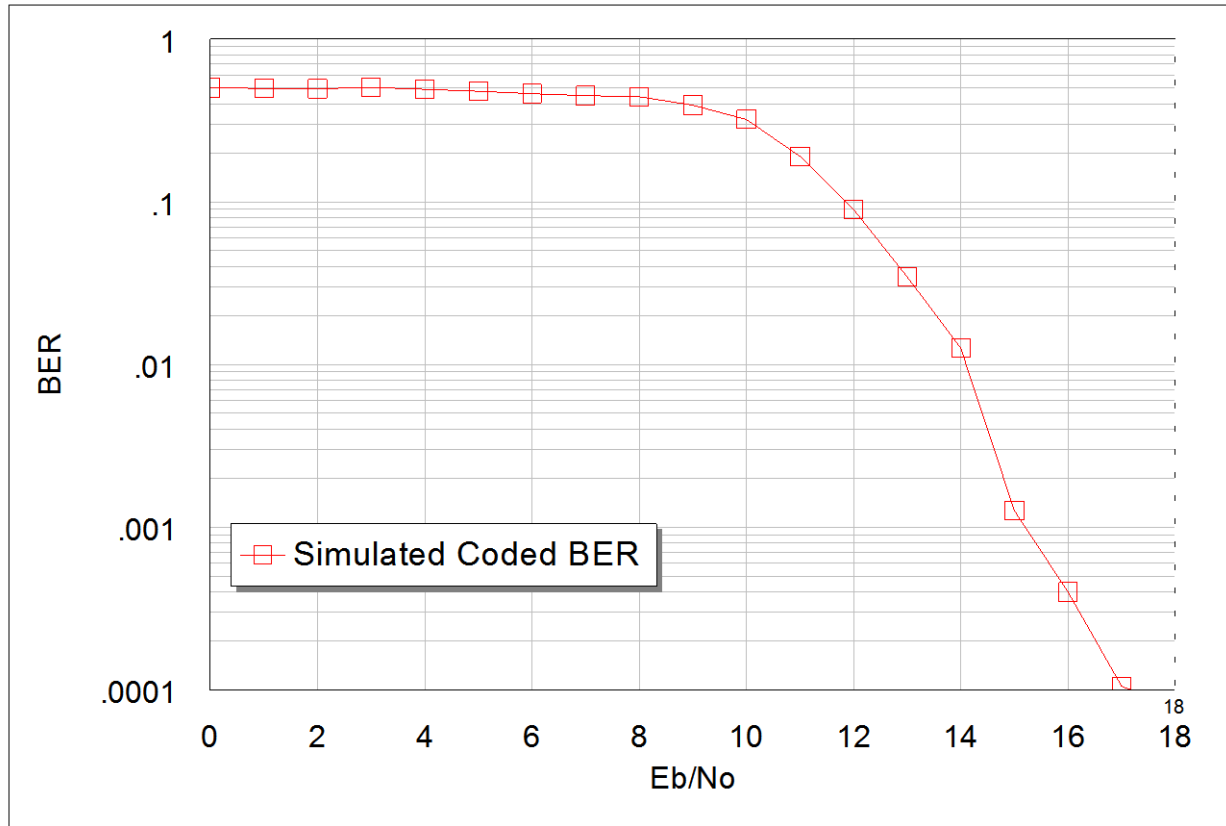
Αποτελέσματα Μετρήσεων για 16QAM με Loss 0.5 dB



Αποτελέσματα Μετρήσεων για 16QAM με Loss 0 dB



Αποτελέσματα Μετρήσεων για 256QAM με Loss 0.5 dB



Αποτελέσματα Μετρήσεων για 256QAM με Loss 0 dB

